Plan de cours: MAT 6620, Algèbre commutative (Hiver 2026)

- **Professeur :** Jake Levinson, AA-4163 (Pavillon André-Aisenstadt)
  Disponibilité : à confirmer en début de session
  Possibilité d'autres périodes de disponibilité sur rendez-vous.
  Contact : `jake.levinson@umontreal.ca`, 413-884-2169

- **Échéancier :**
  7 janvier – 16 avril 2026 (période d'examens 17 avril – 30 avril)
  semaine de relâche 2 mars – 6 mars
  examen intra 25 février (à confirmer en mi-février)

  Lieu :
  Mardi 10h30 à 12h30, Pav. André-Aisenstadt 5448 [jusqu'au 27 février]
  Mercredi 9h30 à 11h30, Pav. Andre-Aisenstadt 5183
  (calendrier académique: `https://fas.umontreal.ca/public/FAS/fas/Documents/Calendrier/Calendrier_A25-H26.pdf`)

- **Manuels recommandés :**
  - Atiyah, M. F.; Macdonald, I. G. *Introduction to commutative algebra.*
  - Matsumura, Hideyuki *Commutative ring theory.*
  - Matsumura, Hideyuki *Commutative algebra. Second edition.*
  - Dummit, David S.; Foote, Richard M. *Abstract algebra. Third edition.*
  - Eisenbud, David *Commutative algebra. With a view toward algebraic geometry.*

  Une copie de chacun a été mis en réserve à la bibliothèque de mathématiques et d'informatique.

- **Devoir :** Sera placé sur la page StudiUM du cours. **S'il vous plaît, rédiger vos devoirs en LaTeX.**

- **Barème :** devoirs (40%), examen intra (20%), examen final (30%), présentation finale (10%)

- **Note final :** Combinaison de mesures absolues et de distribution. Compléter tous les travaux de façon correcte et complète mérite une note de A. La note de A+ sera réservée pour un travail qui va au-delà des attentes, notamment dans la présentation finale.

Contexte : L'algèbre commutative est l'étude des anneaux commutatifs ainsi que de leurs anneaux et de leurs modules. Développée vers la fin du 19$^{\text{e}}$ siècle et au début du 20$^{\text{e}}$, l'algèbre commutative à cette époque avait comme *raison d'être* l'étude des systèmes d'équations engendrés par des polynômes multivariés, ainsi que de comprendre la théorie des invariants (exemple : polynômes symétriques, polynômes invariants sous l'action d'un groupe, déterminants, tenseurs). Plus tard, elle a contribué au développement de plusieurs domaines mathématiques du 20$^{\text{e}}$ et 21$^{\text{e}}$ siècles, dont l'algèbre linéaire, la géométrie algébrique, la théorie algébrique des nombres et la théorie des représentations.

Le rôle de l'algèbre commutative dans la géométrie algébrique est peut-être la plus importante et profonde de ces applications. Une variété différentielle ressemble localement à l'espace Euclidien $\mathbb{R}^n$, alors qu'une variété ou schéma algébrique ressemble localement au *spectre d'un anneau*, notamment de son anneau de fonctions régulières. Les propriétés locales des variétés algébriques, telles que la dimension, les espaces tangents et les singularités sont donc formulées et étudiées en termes d'algèbre commutative.

Matière :

- théorie des anneaux: localisation, anneaux gradués, anneaux noethériens, théorème de la base de Hilbert, extensions entières, lemme de normalisation de Noether, nullstellensatz de Hilbert, théorie de la dimension.
- rudiments de géométrie algébrique, spectre premier (idéaux premiers), topologie de Zariski, variétés affines
- modules sur un anneau: somme, produit directe, intersection, quotient; modules de type fini, noethériens, artiniens; produit tensoriel, module d'homomorphismes

Si le temps le permet: bases de Groebner et/ou rudiments d'algèbre homologique (résolutions libres)

Quelques rappels :

- Date limite pour modifier un choix de cours et pour abandonner un cours sans frais: le 22 janvier.
- Date limite pour abandonner un cours avec frais : le 13 mars.
- Pour la disponibilité des livres en bibliothèque, contacter le comptoir de prêt `http://www.bib.umontreal.ca/nous-joindre/MI.htm`.