

ANALYSE FONCTIONNELLE AVANCÉE MAT6125, UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PROFESSEUR: DMITRY FAIFMAN

0.1. **Contact.** : dmitry.faifman@umontreal.ca.
Office: André Aisenstadt 5251.

1. VERSION FRANÇAISE

1.1. Sujets.

- Rappel rapide : espaces de Hilbert et de Banach, principe de bornitude uniforme, théorèmes d'application ouverte et de graphe fermé. Théorème de Hahn-Banach. Opérateurs auto-adjoints et compacts, et leur théorie spectrale. Topologie faible et théorème de Banach-Alaoglu.
- Algèbres de Banach et algèbres C-star, théorème de Gelfand-Naimark.
- Opérateurs non bornés, théorie spectrale d'opérateurs auto-adjoint, transformation de Cayley. Opérateurs symétriques, extension de Friedrichs. Semi-groupes d'opérateurs.
- Espaces de Fréchet, espaces de distributions.
- Produits tensoriels topologiques.

1.2. **Préalables.** Connaissance des bases de l'analyse fonctionnelle : espaces de Hilbert et de Banach, opérateurs bornés. Il serait préférable d'avoir suivi le cours MAT6124 ou un cours équivalent, mais je m'efforcerai d'être aussi complet que possible. Une certaine familiarité avec l'analyse réelle (convolution, mesures) et l'analyse complexe (par exemple, le théorème de Liouville) pourrait être utile.

1.3. **Évaluation.** Il y aura un examen à domicile à mi-semester (HW) et une présentation (sur un sujet choisi) à la fin du semestre (FP). La note finale est calculée comme suit : $0,4 \times \text{HW} + 0,6 \times \text{FP}$.

1.4. **Horaires de consultation.** Lundi 16h25-17h15, jeudi 12h25-13h15. Vous pouvez également m'envoyer un e-mail pour fixer une autre heure si l'heure officielle ne vous convient pas.

1.5. **Bibliographie.** Le cours suivra principalement (certaines parties) des livres suivants.

- P.D. Lax, Functional analysis, Wiley-Interscience, New York, 2002.

- I:Functional Analysis (Methods of Modern Mathematical Physics Book 1) Revised Edition, par Michael Reed, Barry Simon. Academic Press, 1980
- The Metric Theory of Tensor Products: Grothendieck's Résumé Revisited. Joe Diesel, Jan H. Fourie, Johan Swart. AMS, Rhode Island 2008.
- A Course in Commutative Banach Algebras, Eberhard Kaniuth, Springer 2009
- Topological Vector Spaces, Distributions and Kernels. François Trèves. Dover publications inc., Mineola NY, 2006.
- Functional Analysis, an introduction. Eidelman-Milman-Tsolomitis. AMS, Rhode Island 2004.

1.6. Dates pertinents.

- (1) 22 janvier - date limite pour abandonner le cours (sans frais)
- (2) 20 février - distribution des examens de mi-semestre à faire à la maison (date limite de remise : 27 février)
- (3) 13 mars - date limite pour abandonner le cours (avec frais).
- (4) 20-23 avril - Présentations finales

1.7. **Plagiat.** Consultez www.integrite.umontreal.ca

2. ENGLISH VERSION

2.1. Topics.

- Quick review: Hilbert and Banach spaces, uniform boundedness principle, open mapping and closed graph theorems. Hahn-Banach theorem. Self adjoint and compact operators, and their spectral theory. Weak topology and Banach-Alaoglu theorem.
- Banach algebras and C-star algebras, the Gelfand-Naimark theorem.
- Unbounded operators, spectral theory of self-adjoint operators, Cayley transform. Symmetric operators, the Friedrichs extension. Semi-groups of operators.
- Frechet spaces, spaces of distributions.
- Topological tensor products.

2.2. **Prerequisites.** Familiarity with basics of functional analysis: Hilbert and Banach spaces, bounded operators. It would be good if you took MAT6124 or an equivalent, but I will try to be self-contained to some reasonable extent. Some familiarity with real analysis (convolution, measures) and complex analysis (e.g. Liouville's theorem) could be helpful.

2.3. **Evaluation.** There will be a take-home midterm at the middle of the (HW), and a presentation (on a select topic) at the end of the semester (FP). The final grade is $0.4xHW+0.6xFP$.

2.4. **Office hours.** Monday 16h25-17h15, Thursday 12h25-13h15. You could also email me to fix another hour should the official hour not work for you.

2.5. Literature. The course will mostly follow (parts of) the following books.

- P.D. Lax, Functional analysis, Wiley-Interscience, New York, 2002.
- I: Functional Analysis (Methods of Modern Mathematical Physics Book 1) Revised Edition, by Michael Reed, Barry Simon. Academic Press, 1980
- The Metric Theory of Tensor Products: Grothendieck's Résumé Revisited. Joe Diesel, Jan H. Fourie, Johan Swart. AMS, Rhode Island 2008.
- A Course in Commutative Banach Algebras, Eberhard Kaniuth, Springer 2009
- Topological Vector Spaces, Distributions and Kernels. François Trèves. Dover publications inc., Mineola NY, 2006.
- Functional Analysis, an introduction. Eidelman-Milman-Tsolomitis. AMS, Rhode Island 2004.

2.6. Important dates.

- (1) January 22nd - last date to drop the course (without fee)
- (2) February 20th - take home midterm distributed (submission deadline February 27th)
- (3) March 13th - last date to drop the course (with fee).
- (4) Final Presentations - 20.4-23.4

2.7. Plagiarism. Consult www.integrite.umontreal.ca