

Plan de cours

Horaire du cours :

- **Lundi** 15h30–16h29, local **1175 Pavillon André-Aisenstadt**
- **Jeudi** 10h30–12h29, local **Z-345 Pavillon Claire-McNicoll**

Du 7 janvier au 27 février et du 9 mars au 16 avril 2026.

Disponibilités :

Lundi 14h30–15h29

Jeudi 12h30–13h29

Objectifs et description générale :

La théorie de Galois étudie les extensions de corps et les symétries algébriques qui leur sont associées. Issue de l'étude des équations polynomiales, elle constitue aujourd'hui un outil fondamental en algèbre et en théorie des nombres.

Le cours vise à présenter de manière structurée les notions de base de la théorie de Galois, en mettant l'accent sur les idées conceptuelles, les exemples classiques et les applications.

Contenu du cours :

PARTIE 1 : *Anneaux commutatifs et corps*

Rappels sur les anneaux commutatifs. Idéal et quotients. Morphismes d'anneaux. Corps et sous-corps.

PARTIE 2 : *Polynômes*

Anneaux factoriels. Décomposition en éléments irréductibles et unicité. Lemme de Gauss. Critère d'Eisenstein pour l'irréductibilité des polynômes.

PARTIE 3 : *Théorie des extensions de corps*

Extensions de corps. Degrés d'extensions. Tours d'extensions. Éléments algébriques et transcendants. Polynômes minimaux.

PARTIE 4 : *Constructions à la règle et au compas*

Nombres constructibles. Extensions quadratiques itérées.

PARTIE 5 : *Groupes et actions de groupes*

Groupes. Actions de groupes sur des ensembles. Groupes d'automorphismes.

PARTIE 6 : *Corps de décomposition et clôture algébrique*

Existence et unicité à isomorphisme près. Automorphismes de corps.

PARTIE 7 : *Extensions séparables et inséparables*

Caractéristique positive. Critères de séparabilité.

PARTIE 8 : *Polynômes et extensions cyclotomiques*

Racines de l'unité. Extensions cyclotomiques.

PARTIE 9 : *Extensions galoisiennes*

Définition. Groupe de Galois.

PARTIE 10 : *Théorème fondamental de la théorie de Galois*

Correspondance entre sous-groupes et sous-corps.

PARTIE 11 : *Corps finis*

Existence et structure. Groupes de Galois des corps finis.

PARTIE 12 : *Extensions abéliennes*

Exemples et premiers résultats structurels.

PARTIE 13 : *Groupe de Galois d'un polynôme*

Calculs explicites. Groupes symétriques et alternés.

PARTIE 14 : *Extensions radicales et résolubilité*

Résolution par radicaux. L'équation de degré 5.

PARTIE 15 : *Autres applications*

Compléments et perspectives.

Références :

D. Dummit, R. Foote, *Abstract Algebra*, chapitres 13 et 14, Wiley.

Des notes de cours complémentaires seront mises à disposition sur la page web du cours.

Évaluation :

Examen intra-trimestriel : 30%

Examen final : 30%

Devoirs (4) : 40% (10% chacun)

Professeur :

Leonid Rybnikov

Département de mathématiques et de statistique

Université de Montréal

bureau AA 6143, leonid.rybnikov@umontreal.ca