

PLAN DE COURS

Théorie algébrique des nombres

MAT6650

Mathématiques et statistique

Automne 2026 | Groupe A | 4 crédits

Équipe enseignante

PROFESSEURE/PROFESSOR

Matilde N. Lalin (elle/she)

matilde.lalin@umontreal.ca

Pav. André-Aisenstadt 5145

Lundi et mercredi 12 h 30-13 h 30 ; autres
périodes sur rendez-vous / Mondays and

Wednesdays 12 :30-1 :30 PM ; other times by
appointment

Apprentissages visés

Présentation du cours

FR — Le théorème fondamental de l'arithmétique affirme que tout entier positif peut être écrit comme produit de nombres premiers de manière essentiellement unique. Plus généralement, on étudie la factorisation dans les anneaux intègres, en particulier dans les anneaux associés aux corps de nombres, c'est-à-dire aux extensions finies de $\mathbb{Q}$. La question de l'unicité de la factorisation, notamment dans les anneaux $\mathbb{Z}[\omega]$ utilisés par Kummer dans ses travaux sur l'équation $X^n + Y^n = Z^n$, a joué un rôle historique majeur dans la naissance de la théorie algébrique des nombres. Le cours porte sur les corps de nombres, leurs anneaux d'entiers, leurs idéaux et leurs unités.

EN — The fundamental theorem of arithmetic states that every positive integer can be written as a product of prime numbers in an essentially unique way. More generally, the course studies factorization in integral domains, especially in rings associated with number fields, that is, finite extensions of $\mathbb{Q}$. Questions concerning unique factorization, notably in the rings $\mathbb{Z}[\omega]$ used by Kummer in his work on the equation $X^n + Y^n = Z^n$, played a major historical role in the development of algebraic number theory. The course concerns number fields, their rings of integers, their ideals, and their units.

Objectifs généraux

FR — Initier les personnes étudiantes aux notions fondamentales de la théorie algébrique des nombres et aux méthodes utilisées pour étudier les corps de nombres, les anneaux d'entiers, les idéaux, les unités, les valuations et les invariants arithmétiques.

EN — Introduce students to the fundamental concepts of algebraic number theory and to the methods used to study number fields, rings of integers, ideals, units, valuations, and arithmetic invariants.

Objectifs d'apprentissage spécifiques

1. Analyser les propriétés des anneaux noethériens et des modules dans le contexte de la théorie algébrique des nombres. / Analyze properties of Noetherian rings and modules in the context of algebraic number theory.
2. Déterminer les anneaux d'entiers de corps de nombres et calculer des normes, des traces et des discriminants dans des exemples. / Determine rings of integers of number fields and compute norms, traces, and discriminants in examples.
3. Factoriser des idéaux premiers dans des anneaux de Dedekind et interpréter la ramification. / Factor prime ideals in Dedekind domains and interpret ramification.
4. Calculer et analyser le groupe des classes d'idéaux dans des exemples de corps de nombres. / Compute and analyze the ideal class group in examples of number fields.
5. Décrire la structure du groupe des unités et appliquer les résultats fondamentaux pertinents. / Describe the structure of the unit group and apply the relevant fundamental results.
6. Distinguer les groupes de décomposition et d'inertie et expliquer leur rôle arithmétique. / Distinguish decomposition and inertia groups and explain their arithmetic role.
7. Relier la fonction zêta de Dedekind à la formule du nombre de classes. / Relate the Dedekind zeta function to the class number formula.
8. Utiliser les valuations et les nombres p -adiques pour étudier des propriétés locales des corps de nombres. / Use valuations and p -adic numbers to study local properties of number fields.

Cours / Course

MAT 6650 — Théorie algébrique des nombres / Algebraic Number Theory — Automne / Fall 2026

Contenu et matériel didactique

Contenus

- Anneaux noethériens et modules / Noetherian rings and modules
- Corps de nombres et anneaux de nombres / Number fields and number rings
- Décomposition en facteurs premiers et anneaux de Dedekind / Prime factor decomposition and Dedekind domains
- Discriminants et normes / Discriminants and norms
- Groupe des classes d'idéaux / Ideal class group
- Groupe des unités / Unit group

- Groupes de décomposition et d'inertie / Decomposition and inertia groups
- Fonction zêta de Dedekind et formule du nombre de classes / Dedekind zeta function and class number formula
- Valuations et nombres p -adiques / Valuations and p -adic numbers

Matériel didactique

Obligatoire

- Daniel A. Marcus, Number Fields
- William Stein, Algebraic Number Theory, a Computational Approach | <http://wstein.org/books/ant/ant.pdf>

Additionnel

- Les devoirs seront mis en ligne sur StudiUM, mais ils ne seront pas à remettre. / Homework assignments will be posted on StudiUM, but they do not need to be submitted.
- Pour vérifier la disponibilité des livres en bibliothèque, communiquer avec le comptoir de prêt ou avec la bibliothécaire Indiana Delsart à Indiana.delsart@umontreal.ca. / To check book availability in the library, contact the circulation desk or librarian Indiana Delsart at Indiana.delsart@umontreal.ca.

Clause de non-responsabilité / Disclaimer

Les erreurs typographiques dans ce plan de cours sont sujettes à des changements qui seront annoncés en classe. En cas de doute, la version française prévaut. / Any typographical errors in this course outline are subject to change and will be announced in class. When in doubt, the French version takes precedence.

Déroulement et charge de travail

Format du cours

FR — Du 31 août au 9 décembre 2026 | Lundi et mercredi, 9 h 30-11 h 30 | Pavillon André-Aisenstadt, local 5183 | Cours bilingue français-anglais.

EN — August 31 to December 9, 2026 | Mondays and Wednesdays, 9 :30-11 :30 AM | André-Aisenstadt Building, room 5183 | Bilingual French-English course.

Méthodes d'enseignement

- Cours magistraux bilingues / Bilingual lectures
- Quiz réalisés en classe à partir de problèmes très semblables ou identiques à ceux des devoirs / In-class quizzes based on problems very similar or identical to those in the homework assignments
- Présentation orale / Oral presentation

Charge de travail recommandée

Activité	Par semaine	Total
Cours en classe / In-class sessions	4 h/semaine	50 h prévues / 50 planned hours

Mode d'encadrement

FR — Des rencontres peuvent être organisées sur rendez-vous en dehors des heures de disponibilité régulières.

EN — Meetings may be arranged by appointment outside the regular office hours.

Soutien à la réussite / Student success support

Les personnes qui éprouvent des difficultés dans leur processus d'apprentissage peuvent communiquer avec la conseillère à la réussite étudiante à cre@dms.umontreal.ca. / Students experiencing difficulties in their learning process may contact the Student Success Advisor at cre@dms.umontreal.ca.

Évaluations et règles

Activité / Activity	Date	Pondération / Weight
Quiz en classe / In-class quizzes	2026-09-21 ; 2026-10-05 ; 2026-11-02 ; 2026-11-16 ; 2026-11-30	80% au total / 80% total
Présentation orale / Oral presentation	Entre le 2026-11-30 et le 2026-12-09 ; dates exactes à confirmer selon le nombre de personnes inscrites / Between 2026-11-30 and 2026-12-09 ; exact dates to be confirmed according to enrolment	20%

Consignes

- Les cinq quiz ont la même pondération; la note de quiz la plus faible de chaque personne étudiante sera ignorée. / The five quizzes have equal weight; each student's lowest quiz mark will be dropped.
- La note finale sera déterminée à partir d'une combinaison de mesures absolues et de la distribution des résultats. / The final mark will be based on a combination of absolute measures and the distribution of results.
- Toute absence prévisible à une évaluation doit être motivée par écrit dès que possible et accompagnée d'une justification. En cas de force majeure, la personne étudiante doit communiquer le plus rapidement possible par téléphone ou par courriel et fournir la documentation nécessaire dans les 7 jours suivant l'absence. L'autorité compétente déterminera si le motif est acceptable. / Any foreseeable absence from an assessment must be justified in writing as soon as possible and supported by documentation. In an emergency, the student must make contact as soon as possible by telephone or email and provide the necessary documentation within 7 days of the absence. The appropriate authority will determine whether the reason is acceptable.
- Date limite de modification ou d'annulation d'un choix de cours sans frais / Deadline to modify or cancel a course selection without fees : 2026-09-16.
- Date limite d'abandon avec frais, sans remboursement / Deadline to withdraw with fees and without refund : 2026-11-06.

Identification dans les travaux / Identification on submitted work

Il faut inscrire le nom de famille et le matricule dans les travaux. Il n'est pas obligatoire d'utiliser le prénom légal; un prénom choisi peut être utilisé. / Students must write their last name and student number on submitted work. They are not required to use their legal first name and may use a chosen first name.

Intégrité académique / Academic integrity

Le plagiat est une infraction sérieuse. Consulter <http://www.integrite.umontreal.ca>. / Plagiarism is a serious offence. Consult <http://www.integrite.umontreal.ca>.

Propriété intellectuelle et droit à l'image / Intellectual property and image rights

Tout document déposé sur StudiUM, y compris les enregistrements audio et vidéo, est protégé par la propriété intellectuelle et le droit à l'image. Il est interdit de faire une captation audio ou vidéo du cours, en tout ou en partie, sans le consentement écrit de la professeure. Le non-respect de cette règle peut entraîner des sanctions disciplinaires. / All material posted on StudiUM, including audio and video recordings, is protected by intellectual-property and image rights. Audio or video recording of the course, in whole or in part, is prohibited without the professor's written consent. Failure to comply may lead to disciplinary sanctions.

Dates importantes, soutien à la réussite et autres ressources

Dates importantes

- Début session : 2026-08-31
- Modification de l'inscription : 2026-09-16
- Abandon sans frais : 2026-09-16
- Abandon avec frais : 2026-10-06
- Fin du trimestre : 2026-12-23
- 2026-09-07 | Pas de cours : congé universitaire, Fête du travail / No class : university holiday, Labour Day
- 2026-09-09 | Dispositions particulières à annoncer / Special arrangements to be announced
- 2026-09-30 | Pas de cours : congé universitaire, Journée nationale de la vérité et de la réconciliation / No class : university holiday, National Day for Truth and Reconciliation
- 2026-10-12 | Pas de cours : congé universitaire, Action de grâce / No class : university holiday, Thanksgiving
- 2026-10-19 | Pas de cours : période d'activités libres / No class : study break
- 2026-10-21 | Pas de cours : période d'activités libres / No class : study break

Soutien à la réussite étudiante (DMS)

RESSOURCES PÉDAGOGIQUES

- Soutien à l'apprentissage
- Centre d'aide (Tutorat gratuit)

ACCOMPAGNEMENT, CONSEIL ET SOUTIEN ADMINISTRATIF

- Rendez-vous avec la conseillère à la réussite du DMS
- Technicienne à la gestion des dossiers étudiants 1^{er} cycle (TGDE) du DMS
- Technicienne à la gestion des dossiers étudiants 2^e et 3^e cycle (TGDE) du DMS
- Responsable des programmes de premier cycle du DMS
- Responsable des programmes des cycles supérieurs en mathématiques
- Responsable des programmes des cycles supérieurs en statistique

ASSOCIATIONS ÉTUDIANTES EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

- 1^{er} cycle
- Cycles supérieurs
- Club d'actuariat de l'Université de Montréal

Soutien aux études et à la réussite (UdeM)

- Soutien à la vie étudiante
- Centre de communication écrite
- Services des bibliothèques UdeM

Politiques institutionnelles

Règlement des études

Que vous soyez une personne étudiante régulière, libre ou visiteuse, connaître le règlement qui encadre les études est tout à votre avantage. Consultez le [Règlement des études \(1er cycle\)](#) ou des [Cycles supérieurs](#).

Intégrité, fraude et plagiat

Le plagiat ne se limite pas à faire passer un texte d'autrui pour sien. Soumettre le même travail dans deux cours, utiliser des sources non autorisées, ou obtenir de l'aide illicite sont des manquements à l'intégrité pouvant entraîner l'échec, la suspension ou le renvoi. Détails sur le site [Intégrité UdeM](#).

Personnes étudiantes en situation de handicap

Renseignez-vous sur les ressources adaptées à votre situation auprès du [Bureau de soutien \(BSESH\)](#). Consultez la [Politique-cadre sur l'intégration](#) pour les accommodements.

Intelligence Artificielle

L'utilisation de l'intelligence artificielle générative n'est pas autorisée pour la production des travaux, examens, ou rapports, et pourrait être reconnue comme une fraude.

The use of generative artificial intelligence is not permitted for the production of assignments, examinations, or reports and may be considered academic fraud.