

# Méthodes Asymptotiques

## STT 6300

Automne 2024

Professeur : Florian Maire, florian.maire@umontreal.ca

3 crédits

4253, Pavillon André Aisenstadt

**Horaires :** Lundi de 9h00 à 10h30 (AA 5448) et jeudi de 9h00 à 10h30 (AA 4186), premier cours le mercredi 3 septembre 2024.

**Description :** L'objectif de ce cours est de se familiariser avec un certain nombre de techniques permettant l'analyse quantitative d'estimateurs statistiques (et d'algorithmes) en régime asymptotique. On parle de régime asymptotique d'une expérience aléatoire lorsque l'un des paramètres de celle-ci (le nombre de données, le nombre de variables explicatives, le temps, etc.) tend vers l'infini. En inférence statistique, les situations dans lesquelles nous pouvons obtenir une expression explicite

- du biais, de la variance ou encore de la loi d'un estimateur,
- d'un intervalle de confiance d'un paramètre,
- de la puissance d'un test,
- de l'erreur de régression ou classification,
- etc

sont rares. L'analyse asymptotique permet de donner des approximations de ces quantités qui, bien que valides *dans la limite*, demeurent utiles en pratique (en dehors du régime asymptotique). Une conséquence importante de l'utilisation de ces techniques est la comparaison de procédures statistiques : au lieu de comparer la puissance de deux tests d'une même hypothèse, on pourra comparer les approximations asymptotiques des puissances, de même pour la variance de deux estimateurs, etc. On peut aussi déduire de ces approximations asymptotiques des expressions explicites indiquant comment ces mesures de performances varient en fonction des grandeurs caractéristiques de l'expérience aléatoire d'intérêt (par exemple en régression, le nombre de régresseurs, la variance de ceux-ci, etc.). En effet, certaines procédures statistiques peuvent "s'effondrer" si, disons, le nombre de données nécessaire pour l'inférence n'est pas calibré par rapport à la dimension intrinsèque du modèle.

**Plan de travail :** Le début du cours suit essentiellement le cheminement du livre *A Course in Large Sample Theory* de Ferguson. Il est indispensable de se le procurer (version numérique ou format papier à la bibliothèque). Plus précisément, nous suivrons le plan suivant en passant plus ou moins de temps sur certains thèmes en fonction des intérêts de recherche des étudiants.

Partie 1 : Notions de probabilités et d'analyse

- Limite et continuité, vitesse asymptotique de convergence, théorème de Taylor ;
- Variables aléatoires et leurs différents modes de convergence ;
- Lois des grands nombres, théorèmes de la limite centrale, loi du logarithme itéré ;
- Théorèmes de Slutsky et méthode delta ;

Partie 2 : Applications à l'identification de lois asymptotiques

- Distribution des moments échantillonnaires, du coefficient de corrélation, des quantiles ;
- Distribution des statistiques d'ordre et théorie des valeurs extrêmes ;
- Distribution et puissance asymptotiques du test du chi-deux ;

Partie 3 : Inférence paramétrique

- Théorie de l'estimateur du maximum de vraisemblance : consistance, normalité asymptotique ;
- Extension au cas des M-estimateurs ;
- Efficacité asymptotique ;
- Test du rapport de vraisemblance ;

Partie 4 : Inférence non-paramétrique

- Estimation de densité et méthode à noyaux.

C'est un cours essentiellement théorique : un certain nombre de démonstrations seront faites en classe au tableau et d'autres laissées en exercice. Cependant, un effort sera fait pour illustrer les principes rencontrés

dans le cours par des expériences aléatoires de simulation sur ordinateur ainsi que par des cas d'applications à des modèles statistiques probablement connues par les étudiant(e)s comme la régression ou à des algorithmes d'approximation numérique tels que les méthodes de Monte-Carlo.

**Dispo :** chaque semaine le mercredi 11h00-12h00 à mon bureau, 4253.

**Évaluation :**

type	date	pondération
Quizzes	plusieurs quizzes au long de la session	15%
Devoir 1	à rendre au début du cours le 2 octobre	12.5%
Devoir 2	à rendre au début du cours le 13 novembre	12.5%
Intra	le 16 octobre (9h00-10h30, AA-4186)	25%
Final	le 4 décembre (9h00-12h00, AA-4186)	35%

Les étudiants inscrits au Bureau de Soutien aux Étudiants en Situation de Handicap (ESH) désirant bénéficier de mesures d'accommodement aux examens (intra et final) sont priés de cliquer ici pour connaître la procédure à suivre.

**Plagiat :** L'Université de Montréal a une politique très claire sur le plagiat que vous êtes invités à consulter au [www.integrite.umontreal.ca](http://www.integrite.umontreal.ca). Elle ne concerne pas que les examens, mais également les devoirs.

**Bibliographie :**

Ouvrage de référence :

Ferguson, Thomas S. (1996) *A Course in Large Sample Theory*, Routledge.

Autres ouvrages utilisés partiellement :

Van der Vaart, Aad W. (2000) *Asymptotic Statistics*, Vol. 3, Cambridge University Press.

DasGupta, Anirban (2008) *Asymptotic Theory of Statistics and Probability*, Springer.

Lehmann, Erich L. (2004) *Elements of Large-Sample Theory*, Springer.