

# MAT2717 – Processus stochastiques – Automne 2022

Faculté des arts et sciences – département de mathématiques et de statistique

---

**Horaire :** du 8 septembre au 8 décembre 2022  
lundi, 12h 30 à 13h 30                      jeudi, 8h 30 à 10h 30  
Z-317, Pavillon Claire-McNicoll

**Travaux Pratiques :**  
lundi, 13h 30 à 15h 30  
Y-115, Pavillon Roger-Gaudry

**Dates importantes :**

**Dernier jour pour abandonner le cours sans frais :** mercredi 21 septembre ;

**Action de grâces :** lundi 10 octobre

**Examen intra :** lundi 31 octobre, 13h 30 à 15h 30, au Y-115, Pav. Roger-Gaudry ;

**Relâche :** semaine du lundi 24 octobre ;

**Dernier jour pour abandonner le cours :** vendredi 11 novembre ;

**Examen final :** lundi 12 décembre, 9h à 12h, au Z-317, Pav. Claire-McNicoll.

---

**Crédits :** 3,0

**Préallables :** MAT1600, MAT1720 (ou MAT1978)

## Personnel

**Enseignante responsable :**

Élise DAVIGNON

[elise.davignon@umontreal.ca](mailto:elise.davignon@umontreal.ca)

Disponibilités : (à déterminer)

Bureau 4237, Pav. André-Aisenstadt

<http://www.dms.umontreal.ca/~davignon/>

**Auxiliaires :**

Quelqu'un D'AUTRE

[quelqu.un.d.autre@umontreal.ca](mailto:quelqu.un.d.autre@umontreal.ca)

Disponibilités : (à déterminer)

Bureau (à déterminer)

## Objectif du cours

Ce cours est une introduction à la théorie des processus stochastiques, et plus spécifiquement aux chaînes de Markov. Il s'agit d'un cours de deuxième année au baccalauréat en mathématiques ou dans une discipline connexe. L'objectif est d'initier l'étudiant·e aux différents outils théoriques importants pour l'étude de divers chaînes de Markov telles que les marches aléatoires sur des graphes, les processus branchants, les processus à temps continu (comme les processus de Poisson, les processus de naissances et de mort, etc.).

Pour suivre ce cours, l'étudiant·e doit maîtriser des notions de base de la théorie des probabilités (MAT1720), ainsi que l'algèbre linéaire (MAT1600). Des rudiments de théorie des graphes seraient également utiles, mais pas une absolue nécessité.

À la fin de ce cours, l'étudiant·e devra démontrer sa capacité à appliquer un raisonnement critique et rigoureux dans la résolution de problèmes relatifs aux processus stochastiques.

## Séances de travaux pratiques

---

lundi	13h 30 à 15h 30	Y-115, Pavillon Roger-Gaudry
-------	-----------------	------------------------------

---

À chaque semaine, une série d'exercices sera affichée sur StudiUM. Lors des séances de travaux pratiques, l'auxiliaire d'enseignement discutera des solutions aux exercices avec le groupe, et pourra répondre à vos questions. Il est fortement suggéré de travailler les exercices par vous-mêmes *avant* la séance de travaux pratiques.

## Évaluations

### Mini-tests (6%)

---

Accessibles sur StudiUM les vendredis à 8h
--

---

Les mini-tests sont des questionnaires courts à choix multiples à compléter chaque semaine sur StudiUM. Votre moyenne aux mini-tests comptera pour 6% de votre note finale. Il est recommandé de compléter les mini-tests en utilisant un navigateur compatible et d'éviter les plate-formes mobiles.

### Devoirs ( $4 \times 6\% = 24\%$ )

---

<b>Devoir 1 :</b> lundi 26 septembre	<b>Devoir 2 :</b> jeudi 20 octobre
<b>Devoir 3 :</b> lundi 21 novembre	<b>Devoir 4 :</b> jeudi 8 décembre

---

Les devoirs sont à compléter individuellement. Ils doivent être typographiés, imprimés et présentés en mains propres au début du cours, ou déposés dans un casier prévu à cet effet. Aucun travail manuscrit ne sera accepté, et des points seront déduits pour les travaux mal présentés. Aucun travail en retard ne sera accepté.

### Examen de mi-session (intra) (30%)

---

lundi le 31 octobre	13h 30 à 15h 30	Y-115, Pavillon Roger-Gaudry
---------------------	-----------------	------------------------------

---

L'examen de mi-session portera sur toute la matière couverte jusqu'à la dernière séance de travaux pratiques (soit le lundi 17 octobre). Aucune calculatrice ou documentation permises.

Il n'est pas possible de reprendre l'examen de mi-session. En cas d'absence motivée auprès de votre technicien-ne en gestion de dossiers étudiants (TGDE), la pondération de l'examen de mi-session sera reportée à l'examen final.

### Examen final (40%)

---

lundi le 12 décembre	9h à 12h	Z-317, Pavillon Claire-McNicoll
----------------------	----------	---------------------------------

---

L'examen final portera sur l'entièreté de la matière couverte durant la session. Aucune calculatrice ou documentation permises. En cas d'absence motivée auprès de votre technicien-ne en gestion de dossiers étudiants, vous serez autorisé-e-s à reprendre l'examen finale à une date ultérieure (en janvier).

## Étudiant.e.s en situation de handicap

L'université de Montréal met à votre disposition des ressources si vous avez besoin d'accommodements particuliers (temps supplémentaire, local isolé, etc.). Consultez la page du SAFIRE pour en savoir plus.

## Contenu

Voici un survol des sujets qui sont au menu. Noter qu'en fonction du rythme de progression du groupe, il est possible que certains de ces sujets ne soient pas abordés par manque de temps.

### 1. Les chaînes de Markov

Définition des processus stochastiques. Définition de la propriété de Markov. Matrices de transition, classification des états. État stationnaire, théorèmes-limites.

### 2. Espaces d'états infinis.

Marche aléatoire, processus branchants.

### 3. Chaînes de Markov à temps continu.

Définition. Taux de transition, générateur. Théorèmes-limites.

### 4. Processus de Poisson, processus de naissance et de mort.

Processus de Poisson à taux constant ; à taux variable. Processus de naissance et de mort. Files d'attente M/M/1.

### 5. Processus de renouvellements.

Renouvellements à temps discret, continu. Processus de renouvellements composés et formule de Wald. Distributions limites (âge, temps de vie résiduel, temps de vie total). Renouvellements stationnaires. Processus semi-markoviens. Files M/G/1.

### 6. Martingales.

Définitions. Temps d'arrêt, martingales arrêtées, théorèmes d'arrêt de Doob.

### 7. Mouvement Brownien.

Processus sur des espaces d'états continus. Construction du processus de Wiener. Brownien géométrique.

## Déroulement des cours.

Le cours sera présenté de façon traditionnelle, au tableau à l'avant de la classe. Vous êtes fortement encouragé.e.s à prendre vos propres notes. Durant les cours, vous êtes libres d'intervenir pour poser des questions ou demander des clarifications. Étant donné mon handicap visuel, je vous encourage à intervenir spontanément sans lever la main – sinon le sang risque de quitter vos doigts avant que j'aie pu vous repérer. De plus, j'insiste sur la participation en classe et je pose souvent des questions. Si vous répondez jamais, c'est plate.

## Matériel et ressources

### Notes de cours

---

<https://dms.umontreal.ca/~davignon/files/notes/MAT2717-ndc.pdf>

---

Une version électronique des notes de cours est disponible à l'URL ci-haut et servira de référence principale pour le cours. Ces notes comprennent une discussion détaillée de toute la matière couverte en classe, ainsi que des annexes utiles et quelques sections supplémentaires.

*Attention* : ces notes sont un chantier en cours – elles seront mises à jour et bonifiées au courant de la session.

### Ouvrages de référence

---

LESSARD, S., *Processus stochastiques : cours et exercices corrigés* Éditions Ellipses (2014).

---

L'ouvrage de Sabin Lessard est recommandé, même si le contenu du cours s'en éloignera à l'occasion. Il n'est toutefois pas obligatoire. Plusieurs exercices en sont tirés – lorsque ce sera le cas, les énoncés seront reproduits pour vous.

Pour celles et ceux qui voudraient creuser plus loin, je recommande également (en anglais) :

---

– GRIMMETT, G. et STIRZAKER, D., *Probability and Random Processes*, Troisième édition, Oxford University Press (2001)

– WALSH, J. B., *Knowing the Odds : An Introduction to Probability*, Graduate Studies in Mathematics, vol. 139, American Mathematical Society (2012)

– LYONS, R. et PERES, Y., *Probability on Trees and Networks*, Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press (2016)

---

Il s'agit d'ouvrages traitant de probabilités et de théorie des processus stochastiques au niveau des études de cycles supérieures, mais le texte demeure accessible pour des étudiant·e-s motivé·e-s qui désirent fouiller d'avantage le sujet.

### Overleaf

---

<https://fr.overleaf.com/>

---

*Overleaf* est un logiciel gratuit accessible en ligne depuis n'importe quel ordinateur, et qui permet de créer des documents à l'aide du système  $\text{\LaTeX}$ . Aucune installation n'est requise pour utiliser *Overleaf*, et de nombreux tutoriels pratiques sont mis à votre disposition afin d'apprendre à utiliser  $\text{\LaTeX}$ , un outil essentiel en typographie mathématique.

Je mettrai également à votre disposition des exemples de fichiers de code  $\text{\LaTeX}$  que vous pourrez utiliser pour rédiger vos travaux.

## Mathematica

---

**Logithèque :** <https://ti.umontreal.ca/logiciels/logitheque.html>

---

La logithèque du service des technologies de l'information de l'université (TI) vous donne accès gratuitement à une licence pour l'utilisation du logiciel *Mathematica*. Il s'agit d'un logiciel très pratique pour réaliser des calculs complexes, des simulations, des figures ou des graphiques.

J'utiliserai parfois Mathematica pour illustrer certaines notions vues en classe. Lorsque ce sera le cas, je mettrai les fichiers pertinents à votre disposition.

## COVID-19 et enseignement à distance

Tout dépendant du contexte pandémique, il se pourrait que le présent plan de cours doive être suspendu en faveur d'un plan de cours adapté à l'enseignement à distance, pour une partie ou pour l'intégralité de la session. Dans ce cas, un nouveau plan de cours vous sera communiqué après avoir été approuvé par la direction du département.

## Communication avec le personnel enseignant

Vous pouvez communiquer en tout temps avec l'enseignante ou l'auxiliaire d'enseignement en envoyant un courriel aux adresses mentionnées à la première page du plan de cours. L'enseignante (c'est moi) répond à ses courriels principalement les lundis et les jeudis.

**Vous devez inclure la mention « MAT2717 » dans le champ sujet.** Si vous omettez la mention, votre message risque de se perdre.

À noter que nous recevons beaucoup de courriels – il est possible que les réponses ne soient pas immédiates. Veuillez également prendre note que toute question dont les réponses figurent dans le plan de cours seront ignorées.

## StudiUM

---

<https://studium.umontreal.ca/>

---

Toute la documentation pertinente pour le cours sera disponible sur StudiUM. Si vous n'avez pas accès à StudiUM, prière de communiquer avec moi par courriel le plus rapidement possible.

Vos résultats aux évaluations seront également affichés sur cette plateforme à titre indicatif. Toutefois, prenez note que les résultats agrégés (tel que le « total du cours ») calculés automatiquement par StudiUM pourraient ne pas correspondre à votre note réelle.

## Intégrité

---

Consulter <https://integrite.umontreal.ca/>

---

Toute tentative de plagiat ou de fraude entraînera des conséquences menant à l'échec de l'étudiant.e fautif/ve.