

MAT 6798 CALCUL STOCHASTIQUE HIVER 2018

Faculté des Arts et Sciences, Université de Montréal
Département de Mathématiques et Statistiques
mardi 13h30-15h30 - jeudi 13h30-15h30

1. RESPONSABLE

Alexander Fribergh
Courriel : fribergh@dms.umontreal.ca
Tél : 514-343-6709

Heures de bureau : mercredi 13h00-14h00

Les preuves de plusieurs théorèmes seront enregistrées et mises en ligne sur Studium. Ces preuves ne seront pas couvertes pendant les cours en lignes (qui seront donc souvent écourtés).

2. OBJECTIFS DU COURS

Le but de ce cours est de définir l'intégration stochastique et de présenter certaines de ces applications à des problèmes de finance.

Pour atteindre ce but nous serons amenés à présenter la théorie des martingales et à étudier le mouvement brownien. Toutes ces notions mathématiques sont omniprésentes de nos jours en probabilités et en finance-mathématique. **Le cours MAT6717 ou l'équivalent (c'est-à-dire un cours de probabilités utilisant de la théorie de la mesure) est un pré-requis.**

Les objectifs principaux du cours sont : 1) explorer les propriétés du mouvement brownien et des martingales en général; 2) Développer des outils tels que l'intégrale stochastique pour étudier et construire des processus stochastiques; 3) Appliquer ces outils à des problèmes (Formule de Black Scholes, Équations Différentielles, Représentation des martingales).

3. ÉVALUATION

- **Intra (40 %)** L'intra aura lieu en cours le jeudi 25 février
- **Examen final (60 %)** Il y aura un examen final en cours le jeudi 22 avril.

4. CONTENU

Le cours est conçu en quatre modules :

(Les sections pertinentes du livre de Steele sont mises en parenthèse.)

Introduction Marches aléatoires et martingales discrètes (Chapitre 1 et 2)

(1) **Mouvement Brownien**

- Construction du mouvement Brownien (3.1,3.2, 3.3, 3.4)
- Martingales à temps continue (4.1, 4.2, 4.3, 4.4)
- Propriétés du mouvement brownien (3.5, 4.5, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4)

(2) **Intégration Stochastique**

- Définition de l'intégrale stochastique (Chapitre 6, 7)
- Formule d'Itô (Chapitre 8)
- Processus d'Iô (Chapitre 8)

(3) **Applications**

- Équations différentielles stochastiques (Chapitre 9)
- Théorème de représentation des martingales (Chapitre 12)
- Théorème de Girsanov (Chapitre 13)
- Formule de Black et Scholes (Chapitre 10 et 14)
- (Si le temps le permet, Représentation de Feynman-Kac (Chapitre 15))

5. RÉFÉRENCES

- (1) **Recommandé** : J. M. Steele, *Stochastic Calculus and Financial Applications*, Springer (2001), 295 pp.
- (2) R. Durrett, *Probability : Theory and Examples*, Cambridge (2010), 428 pp.
- (3) R. Durrett, *Stochastic Calculus : A practical introduction*, CRC (1996), 341 pp.
- (4) I. Karatzas and S. Shreve, *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer (1991), 470 pp.
- (5) B. Øksendal, *Stochastic Differential Equations*, Springer (1998), 326 pp.

6. RESSOURCES D'AIDE AU DMS ET À L'UDEM

N'hésitez pas à aller chercher de l'aide au besoin. Voici des ressources disponibles à l'Université de Montréal.

- (1) Le centre de santé et de consultation psychologique (CSCP) de l'Université de Montréal <http://www.cscp.umontreal.ca/>.
- (2) Le Programme Mieux-être de l'ASEQ. Ligne téléphonique ouverte 24 heures/7jours : 1 833 851-1363
- (3) N'hésitez pas à contacter votre TGDE tgdebac@dms.umontreal.ca ou votre association étudiante aemsum@dms.umontreal.ca qui pourront vous guider.