

# MAT 6703 CALCUL STOCHASTIQUE HIVER 2021

Faculté des Arts et Sciences, Université de Montréal  
Département de Mathématiques et Statistiques  
**mardi 13h30-15h30 - jeudi 13h30-15h30**

## 1. RESPONSABLE

Alexander Fribergh  
Courriel : fribergh@dms.umontreal.ca  
Tél : 514-343-6709  
**Heures de bureau : mercredi 13h00-14h00**

Les preuves de plusieurs théorèmes seront enregistrées et mises en ligne sur Studium. Ces preuves ne seront pas couvertes pendant les cours en lignes (qui seront donc souvent écourtés).

## 2. OBJECTIFS DU COURS

Le but de ce cours est de définir l'intégration stochastique et de présenter certaines de ces applications à des problèmes de finance.

Pour atteindre ce but nous serons amenés à présenter la théorie des martingales et à étudier le mouvement brownien. Toutes ces notions mathématiques sont omniprésentes de nos jours en probabilités et en finance-mathématique. **Le cours MAT6717 ou l'équivalent (c'est-à-dire un cours de probabilités utilisant de la théorie de la mesure) est un pré-requis.**

Les objectifs principaux du cours sont : 1) explorer les propriétés du mouvement brownien et des martingales en général; 2) Développer des outils tels que l'intégrale stochastique pour étudier et construire des processus stochastiques; 3) Appliquer ces outils à des problèmes (Formule de Black Scholes, Équations Différentielles, Représentation des martingales).

## 3. ÉVALUATION

- **Intra (40 %)** L'intra aura lieu en cours le jeudi 25 février
- **Examen final (60 %)** Il y aura un examen final en cours le jeudi 22 avril.

## 4. CONTENU

**Le cours est conçu en quatre modules :**

(Les sections pertinentes du livre de Steele sont mises en parenthèse.)

**Introduction** Marches aléatoires et martingales discrètes (Chapitre 1 et 2)

(1) **Mouvement Brownien**

- Construction du mouvement Brownien (3.1,3.2, 3.3, 3.4)
- Martingales à temps continue (4.1, 4.2, 4.3, 4.4)
- Propriétés du mouvement brownien (3.5, 4.5, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4)

(2) **Intégration Stochastique**

- Définition de l'intégrale stochastique (Chapitre 6, 7)
- Formule d'Itô (Chapitre 8)
- Processus d'Iô (Chapitre 8)

(3) **Applications**

- Équations différentielles stochastiques (Chapitre 9)
- Théorème de représentation des martingales (Chapitre 12)
- Théorème de Girsanov (Chapitre 13)
- Formule de Black et Scholes (Chapitre 10 et 14)
- (Si le temps le permet, Représentation de Feynman-Kac (Chapitre 15))

## 5. RÉFÉRENCES

- (1) **Recommandé** : J. M. Steele, *Stochastic Calculus and Financial Applications*, Springer (2001), 295 pp.
- (2) R. Durrett, *Probability : Theory and Examples*, Cambridge (2010), 428 pp.
- (3) R. Durrett, *Stochastic Calculus : A practical introduction*, CRC (1996), 341 pp.
- (4) I. Karatzas and S. Shreve, *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer (1991), 470 pp.
- (5) B. Øksendal, *Stochastic Differential Equations*, Springer (1998), 326 pp.

## 6. RESSOURCES D'AIDE AU DMS ET À L'UDEM

N'hésitez pas à aller chercher de l'aide au besoin. Voici des ressources disponibles à l'Université de Montréal.

- (1) Le centre de santé et de consultation psychologique (CSCP) de l'Université de Montréal <http://www.cscp.umontreal.ca/>.
- (2) Le Programme Mieux-être de l'ASEQ. Ligne téléphonique ouverte 24 heures/7jours : 1 833 851-1363
- (3) N'hésitez pas à contacter votre TGDE [tgdebac@dms.umontreal.ca](mailto:tgdebac@dms.umontreal.ca) ou votre association étudiante [aemsum@dms.umontreal.ca](mailto:aemsum@dms.umontreal.ca) qui pourront vous guider.