

## PLAN DU COURS D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES MAT2531 – Hiver 2021

L'histoire des mathématiques est un sujet fascinant. Comme les plus anciennes disciplines de l'Humanité sont les mathématiques et la philosophie, le cours que je vous présenterai alliera l'histoire des peuples de 3000 ans avant J.C à 2000 ans après J.C, soit 5000 ans d'histoire passionnante, leur géographie, leurs mathématiques et leurs arts, tout comme leurs systèmes politiques et sociaux. Bien entendu, ce sont les mathématiques qui seront le centre du cours.

1) Mathématiques de la pré-histoire. Par définition, les temps historiques commencent avec les documents écrits qui nous sont parvenus. La pré-histoire concerne donc la période où aucun document n'est disponible. C'est donc en se basant sur l'archéologie et la paléontologie qu'on peut approximativement inférer les progrès lents de l'humanité dans la pré-histoire. Elle est pourtant riche car elle contient en germe le développement de la conscience des bijections (entre disons les doigts d'une main et le nombre de pierres ou d'entailles faites sur un bout de bois) et permet ainsi la première rationalisation de la notion de nombre et d'algèbre.

2) Les mathématiques de Sumer et de Babylone (mathématiques de la Mésopotamie), particulièrement l'arithmétique et la géométrie émanant de la pratique des manipulations algébriques. Des dizaines de milliers de tablettes cunéiformes nous sont parvenues parce que leur matériau, de la glaise passée au four, a résisté au temps.

3) Les mathématiques de l'Égypte qui se caractérisent par l'apparition de notions géométriques calculatoires.

4) La période grecque, qui occupera une partie substantielle du cours car c'est là qu'apparaissent pour la première fois les théories mathématiques, au sens où nous les connaissons aujourd'hui, qui ne se contentent pas de calculs approximatifs, aussi délicats et ingénieux soient-ils, mais établissent des concepts rigoureux avec la notion de preuve sous-jacente qui surgit pour la première fois. On y verra les fondateurs (Thalès et Pythagore), les bâtisseurs, l'apport extraordinaire d'Eudoxe qui parvient à surmonter les contradictions nées de la découverte des nombres irrationnels dans le siècle de Platon et Aristote, les travaux d'Euclide qui est le maître de la pédagogie et établit pour la première fois une théorie axiomatique, toute imparfaite qu'elle soit. Nous terminerons l'époque grecque avec les travaux d'Archimède, l'un des plus grands esprits de tous les temps, et ceux d'Appolonius sur les coniques.

5) Les Arabes, après la conquête de la Perse, deviennent le foyer de la seule culture du Moyen-Age qui transmet les grands textes de l'Antiquité au monde moderne. Ils inventent l'algèbre moderne qui sera déterminante pour toute la civilisation moderne, dont un système efficace d'arithmétique que nous utilisons toujours aujourd'hui.

6) Après avoir vu les éléments apportés par la Renaissance européenne, nous étudierons les mathématiques du début du XVII<sup>ème</sup> siècle, qui ont produit l'unification des mathématiques pour en faire une seule théorie unifiée grâce aux oeuvres de Fermat et de Descartes. En inventant la théorie des fonctions

et les axes cartésiens de coordonnées, et en particulier la géométrie analytique, Descartes est le fondateur de la mathématique puisqu'il unifie algèbre, analyse et géométrie.

7) Nous parcourons succinctement les oeuvres de Leibniz, de Newton et de la famille Bernoulli, pour passer ensuite aux travaux d'Euler. Le calcul différentiel et intégral, ainsi que le calcul des variations, qui traite d'espaces de dimensions infinies, naissent à cette époque.

8) Les mathématiques de l'école française du XVIII<sup>e</sup> siècle permettent d'établir le principe de moindre action et la mécanique analytique, tout en résolvant plusieurs problèmes de calcul des variations.

9) Nous évoquerons ensuite les travaux de Gauss, Cauchy, Weierstrass qui permirent de comprendre la théorie naissante de l'analyse complexe ainsi que l'arithmétisation de l'analyse, ainsi que ceux de Galois qui ont eu et ont toujours une répercussion colossale sur l'algèbre et la théorie des nombres. En particulier Galois et ses contemporains prouvent que les trois grands problèmes classiques des Grecs sont irrésolubles à la règle et au compas.

10) Dans la foulée des travaux spectaculaires du Français Evariste Galois, nous verrons la naissance de l'algèbre moderne portée par plusieurs mathématiciens anglais.

11) Le temps le permettant, nous évoquerons la naissance de la topologie en France et en Allemagne et les travaux explosifs du XX<sup>e</sup> ème siècle qui est, de loin, le siècle le plus riche en découvertes mathématiques.

NOTE: ce programme est ambitieux, nous irons aussi loin que possible dans les limites des connaissances préalables des étudiantes et étudiants.

Professeur: François Lalonde, bureau 6143, téléphone 343-6707,  
email: lalonde@dms.umontreal.ca.

Vous pouvez prendre rdv avec moi n'importe quand. Il suffit de me le demander à la fin d'un cours ou de m'écrire par email. Je réponds dans la journée même, et on prend tout de suite rendez-vous par zoom.

Référence fortement conseillée: Carl B. Boyer, A History of Mathematics, editeur John Wiley. Comme il est en anglais, le livre n'est pas obligatoire.

Evaluation: quatre quizz de 15 minutes chacun, très simples, pour un total de 20 % de la note finale. Un examen intra de 20 % de la note finale. Un devoir profond, qui vous permettra de mettre toutes les connaissances du cours ensemble sur un problème fondamental, pour 20 % de la note finale. Et enfin l'examen final, pour 40 % de la note finale, pour lequel je vous donnerai une liste d'une vingtaine de questions préparatoires dans laquelle au moins les deux tiers des questions de l'examen final seront prises.