MATHEMATIQUES FONDAMENTALES MAT1101

Plan du cours - Hiver 2021

ENSEIGNANT

Kamel Belbahri. Email : belbahri@dms.umontreal.ca. Consultation sur rendez-vous.

DEMONSTRATEUR

À venir.

DESCRIPTION DU CATALOGUE

Axiomes de Peano. Principe d'induction. Algorithme d'Euclide. Nombres entiers, rationnels, réels. Nombres algébriques, transcendants. Cardinaux. Nombres complexes. Théorème fondamental de l'algèbre.

CONTENU

Ce cours est divisé en plusieurs parties. Nous nous contenterons de survoler les grandes lignes suivantes (les étudiants approfondiront certains de ces concepts dans d'autres cours) :

1. Introduction intuitive à la théorie des ensembles.

   - Vocabulaire de la logique. Ensembles. Raisonnement mathématique.
   - Relations. Fonctions. Structures algébriques. Isomorphisme.
   - Ensembles numériques usuels : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.
   - Ensembles finis, infinis, dénombrables. Dénombrabilité de l'ensemble des nombres rationnels. Non dénombrabilité de l'ensemble des nombres réels. Théorème de Schroeder-Bernstein.
   - Paradoxes de Bertrand Russell.

2. Les nombres

   - Perspective historique du concept de nombre.
   - Nombres entiers naturels. Axiomes de Peano. Principe de récurrence et axiome de bon ordre.
   - Anneau des entiers relatifs. Corps ordonné des nombres rationnels. Représentation décimale. Surcorps de Q.
   - Nécessité de la construction de $\mathbb{R}$ (corps archimédien). Notions de coupure et de suite de Cauchy.
   - Nombres algébriques. Dénombrabilité de l'ensemble des nombres algébriques
   - Nombres transcendants. Nombres de Liouville.
   - Irrationalité de *e*.

- Corps des nombres complexes.

3. Arithmétique

- Nombres premiers. Crible d'Eratosthène. PGCD et PPCM. Le théorème fondamental de l'arithmétique. Le théorème d'Euclide sur l'existence d'une infinité de nombres premiers. Conjecture de Bertrand. Conjecture de Gauss sur la distribution des nombres premiers. La preuve d'Euler sur l'existence d'une infinité de nombres premiers. Nombres de Mersenne. Nombres parfaits. Nombres jumeaux.
- L'algorithme d'Euclide. Algorithme de division. Équations diophantiennes.
- Congruences. Tests de divisibilité. Petit théorème de Fermat. Le théorème de Dirichlet sur l'existence d'une infinité de nombres premiers dans une progression arithmétique. Cas particuliers. Nombres de Fermat. Théorème d'Euler.
- Le théorème du reste chinois.
- Triplets de Pythagore. Méthode de descente infinie. Le grand théorème de Fermat.

4. Un peu de logique.

- Propositions. Connecteurs.
- Lois de la logique.
- Prédicats et quantificateurs.

5. Résolution des équations algébriques par les radicaux.

- Premier et second degré. Perspective historique.
- Invention de l'algèbre : El-Khawarizmi.
- Vers le $3^{\text{ème}}$ degré : Omar Khayyam, Leonardo de Pise dit Fibonacci.
- Cubique et biquadratique : l'école italienne (Nicollo Fontana Tartaglia, Scipione del Ferro, Girolamo Cardano et son Ars Magna, Luigi Ferrari, Bombelli).
- L'impossibilité de résoudre par radicaux l'équation générale de degré 5 ou plus (Joseph-Louis Lagrange, Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel, Évariste Galois).
- Théorème fondamental de l'algèbre (d'Alembert, Gauss).
- Méthodes de résolution approchées (méthode de Newton, méthode de bissection, méthode du point fixe, etc.). Règle des signes de Descartes. Relations de Newton. Principe de l'argument.

6. Constructions géométriques avec la règle et le compas

- Nombres constructibles.
- Les trois grands problèmes classiques grecs.

RÉFÉRENCES

Il n'y a malheureusement pas un seul document qui couvre toute la matière. Je vous propose plusieurs références intéressantes qui, chacune, couvre une partie du programme.

Je déposerai cependant des notes de cours sur Studium de manière régulière.

1. W.S. Burnside et A.W. Panton: *Theory of Equations*, Vol I. Dover.
2. Richard Courant et Herbert Robbins: *What is Mathematics?* Paperback. Oxford University Press.
3. Steven Galovich: *Doing Mathematics: An Introduction to Proofs and Problem Solving* Saunders College Publishing.
4. G.H. Hardy: *Pure Mathematics*. Cambridge University Press.
5. Steven G. Krantz: *The Elements of Advanced Mathematics*. Chapman & Hall.
6. Martin Liebeck: *A concise Introduction to Pure Mathematics*. Chapman & Hall.
7. Hans Rademacher et Otto Toepliz:. *Plaisir des mathématiques*. Dunod, Paris.
8. Daniel Solow: *How to read and do proofs*. Wiley.

ÉVALUATION

Examen	Date et lieu	Matière	Pondération
Intra	Jeudi 18 février 8h30-10h30 (en ligne)	Semaines 1-7	40%
Final	Jeudi 29 avril 9h00-12h00 (en ligne)	Cumulatif	60%

INFORMATIONS SUPPLÉMENTAIRES

- Date limite pour modifier le choix de cours ou pour « abandonner le cours sans frais » : **29 janvier**.
- Date limite pour abandonner le cours « avec frais » : **19 mars**.
- Il est fait "obligation à l'étudiant de motiver une absence prévisible à une évaluation dès qu'il est en mesure de constater qu'il ne pourra être présent, il appartiendra à l'autorité compétente de déterminer si le motif est acceptable" (règlement des études de premier cycle).
- Le plagiat : attention, c'est sérieux! L'étudiant est invité à consulter le site www.integrite.umontreal.ca

À noter :

1. Le centre de santé et de consultation psychologique (CSCP) de l'Université de Montréal (http://www.cscp.umontreal.ca/). La prise de rendez-vous et l'inscription à un premier rendez-vous se font entièrement en ligne à l'adresse suivante : https://monudem.umontreal.ca/.../Consultation...
2. Le Programme Mieux-être de l'ASEQ. Ligne téléphonique ouverte 24 heures/7jours: 1 833 851-1363. Pour plus d'informations: http://www.aseq.ca/.../FA%C3%89CUM_Programmedaide...
3. N'hésitez pas à contacter votre TGDE (tgdebac@dms.umontreal.ca) ou votre association étudiante (aemsum@dms.umontreal.ca) qui pourront vous guider.