MAT 6330 **Géométrie différentielle** **Automne 2021**

PLAN DE COURS

Professeur: François Lalonde, lalonde@dms.umontreal.ca, bureau 6143, tél bureau: 343-6707, tél personnel: (438) 929-1661. Dans les circonstances de la pandémie, utilisez mon email, mais vous pouvez aussi m'appeler à mon téléphone personnel.

Evaluation

La note finale sera calculée comme suit:

1) 40 % pour l'ensemble des 4 devoirs;

2) 20 % pour l'examen intra;

3) 40 % pour, au choix, soit un travail de session donnant lieu à un exposé de trois quarts d'heure, soit l'examen final (les exposés ne seront pas donnés durant les heures allouées au cours).

0. Préliminaires

a) Rappels de topologie générale

b) Rappels et compléments d'analyse: applications différentiables dans R^n, théorème des fonctions implicites, théorème du rang constant, formes locales canoniques.

1. Variétés différentiables

a) Définition des variétés topologiques et différentiables de classe C^k, $k \in N \cup \{\infty\} \cup \{\omega\}$. Exemples.

b) Applications de classe C^k d'une variété dans une autre. Espaces tangents. Fibré tangent et différentielle d'une application. Immersion, submersion, difféomorphisme. Théorème du rang constant et formes locales canoniques revues dans le contexte général des variétés. Sous-variétés.

c) Variétés paracompactes, partition de l'unité et exemples de son utilité.

d) Espaces de jets, théorèmes de transversalité de Thom. Applications: image réciproque d'une sous-variété, fonctions de Morse. Singularités d'une application, énoncé du théorème de Sard. Enoncé des théorèmes d'immersion et de plongement de Whitney.

e) Classification des variétés fermées de dimension 2, aperçu des difficultés en dimension 3 (disques de Whitney).

2. Tenseurs et formes différentielles

a) Algèbres tensorielle, symétrique et extérieure. Tenseurs sur une variété.

b) Champs de vecteurs et groupes à un paramètre de transformations. Dérivée de Lie. Formes différentielles et dérivée extérieure.

c) Intégration sur les variétés. Formule de Stokes. Rappels sur l'homologie et la cohomologie singulière. Cohomologie et théorème de De Rham.

3. Systèmes différentiels

a) Définitions équivalentes. Théorème de Fröbenius. Intégrabilité, feuilletages.

b) Fibrés vectoriels et principaux. Les connexions comme systèmes différentiels. Courbure et holonomie. Torsion. Connexion plate, monodromie. Connexions sur le fibré des repères d'une variété: métrique, connexion de Levi-Civita, transport parallèle, dérivation covariante. Aperçu de la géométrie des espaces à courbure constante.

Bibliographie

Pham Mau Quan (1969), Introduction à la géométrie des variétés différentielles. Dunod.

Warner, F.W. (1971), Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Scott, Foresman and Company.

Hicks, N.J. (1965), Notes on Differential Geometry. Van Nostrand.

Le premier ou les second volume pourra servir d'accompagnement au cours. Notez que le cours est "self-content" et que cette bibliographie n'est donnée qu'à titre de suggestion.