

Professeur

Kamel Belbahri Bureau 5223 AA Tél. 514 343 2060 Email : belbahri@dms.umontreal.ca.

Objectifs

Une étude de l'histoire du développement des mathématiques de la Préhistoire à nos jours.

Description du catalogue

Les mathématiques dans l'Antiquité. Les mathématiques en Chine, en Inde et chez les Arabes. Les mathématiques en Europe de 500 à 1600. La géométrie analytique. Le calcul infinitésimal. Le développement de l'analyse. Les mathématiques du XXe siècle.

Contenu

1. Mathématiques des grandes civilisations de l'antiquité: La Mésopotamie, l'Egypte ancienne et la Grèce.
2. Les mathématiques dans d'autres traditions : l'Inde, la Chine, les Incas et les Mayas.
3. Les mathématiques dans le Monde musulman.
4. L'Europe médiévale.
5. La Renaissance.
6. Survol des 18^{ème}, 19^{ème} et 20^{ème} siècles.

Privilégiant une approche chronologique, nous nous efforcerons également de faire des développements thématiques. Tout en examinant brièvement les apports de civilisations diverses, nous nous arrêterons pour suivre les lignes de forces de thèmes choisis. Par exemple, la genèse de l'algèbre, le développement de la géométrie, quelques grands problèmes historiques (le nombre, l'axiomatique, etc.), des théorèmes ayant acquis le rang de joyaux (le théorème de Pythagore, le problème de Bâle, etc.), ou des énoncés qui ont fait couler beaucoup d'encre (le 5^{ème} postulat d'Euclide, les 3 problèmes classiques, le concept d'infini, etc.). Nous évoquerons tout le long du cours la lente émergence des mathématiques d'aujourd'hui. Des noms (et, je l'espère, une partie de l'œuvre) d'acteurs de premier plan tels que Eudoxe, Euclide, Archimède, Aryabhata, Al-Khawarizmi, Léonard de Pise, Fermat, Pascal, Newton, Leibniz, Euler, Gauss, Abel, Galois, Cauchy, Bolzano, Weierstrass, Cantor, Gödel, Russel, etc. vous deviendront familiers.

Références

En plus des notes de cours et des documents fournis par moi tout le long de la session, la bibliographie ci-dessous est minimaliste.

- Carl, Boyer B. *A History of Mathematics* Wiley, 1989. Réserve bibliothèque Math-Info.
- Katz, Victor J. *A History of Mathematics, An Introduction, (Third Edition)*, Addison Wesley, 2009. Réserve bibliothèque Math-Info.
- William Dunham; *Great thinkers, great theorems* (DVD). Réserve bibliothèque Math-Info.
- Internet

- CultureMATH : <http://www.math.ens.fr/culturemath/>
- Chrono MATH : <http://serge.mehl.free.fr/>
- MacTutor : <http://www.gap-system.org/~history/>

Évaluation

1. **Travail de session.** Les étudiants travaillent individuellement ou se répartissent en **groupes de 2** (maximum). Chaque groupe présente un travail dont **le sujet et le plan doivent être approuvés par moi** (détails en annexe, plus loin). Ce travail devra avoir un contenu mathématique en plus de son aspect historique. Chaque étudiant présentera oralement en classe une partie du travail. Les présentations débiteront **lundi 15 février**. Une liste de thèmes (non exhaustive) est fournie en annexe. Si les membres d'un binôme veulent être évalués séparément (pour la partie écrite), ils doivent me le signaler par écrit tout en précisant dans leur rapport l'apport de chaque membre du binôme.
2. **Examen final (lundi 25 avril).** Portera sur toute la matière présentée en classe ainsi que sur la matière postée sur Studium. L'étudiant est encouragé à approfondir ses connaissances par des lectures personnelles.

Le travail écrit de session ne sera comptabilisé que si l'étudiant obtient au moins 50% à son examen final.

Barème

Travail de session		Examen final
Oral	15%	50%
Écrit	35%	

Informations supplémentaires

- Date limite pour modifier le choix de cours ou pour «abandonner le cours sans frais» : **20 janvier**.
- Date limite pour abandonner le cours «avec frais» : **11 mars**.
- Il est fait "obligation à l'étudiant de motiver une absence prévisible à une évaluation dès qu'il est en mesure de constater qu'il ne pourra être présent, il appartiendra à l'autorité compétente de déterminer si le motif est acceptable" (règlement des études de premier cycle) : <http://secretariatgeneral.umontreal.ca/documents-officiels/reglements-et-politiques/reglement-des-etudes-de-premier-cycle/>
- Le plagiat : attention, c'est sérieux! L'étudiant est invité à consulter le site www.integrite.umontreal.ca.

Annexes

1. Évaluation

1. Présentation écrite. **Le thème général cette session portera exclusivement sur les mathématiques du 19^{ème} siècle à nos jours.** Cependant, votre travail peut puiser ses sources de temps plus anciens. Le travail écrit (4000 à 6000 mots de rédaction **personnelle**, **excluant les citations, formules mathématiques, figures, etc.**) sera soumis (copie papier et copie électronique envoyée par courriel) au plus tard le jour de l'examen final (**25 avril**) et comportera les éléments suivants :
 - a. Un plan (soumis à mon approbation) **en deux exemplaires papier à remettre au plus tard lundi 01 février (je n'accepterai pas les envois par internet).** Tout retard sera sanctionné par une défalcation de 5% de la note finale. Ce plan comprendra :
 - i. Un titre.
 - ii. Les en-têtes (provisoires) du travail proposé.
 - iii. Un descriptif d'une page au minimum détaillant le contenu du travail que vous voulez effectuer.
 - iv. Une bibliographie (provisoire).
 - b. Respect du sujet approuvé. Tout changement doit être approuvé par moi.
 - c. Identification éventuelle de l'apport de chaque membre du groupe.
 - d. Le travail devra avoir **un contenu exclusivement mathématique** plongé dans son contexte historique. Il est inutile de faire des digressions ou de la phraséologie qui n'apportent rien au sujet traité.
 - e. **La mise en contexte historique doit être clairement établie.** Le travail doit montrer en quoi il y a eu une contribution à l'histoire des mathématiques.
 - f. **L'aspect mathématique doit primer sur le reste** (en nombre de pages et en contenu).
 - g. Impact pédagogique éventuel pour les futurs professeurs du secondaire.
 - h. Il est inutile de faire des « démonstrations » de type « moderne », exception faite si l'on veut souligner un point ou pour les notations.
 - i. Une conclusion.
 - j. Une bibliographie. Éviter les sources « douteuses ».
 - k. Les renvois à vos sources doivent être clairement signalés dans le corps de votre texte. Pour citer correctement vos sources, voir le lien suivant :
<http://guides.bib.umontreal.ca/disciplines/20-Citer-selon-les-normes-de-l-APA?tab=108>
 - l. **Le copier-coller, « patchworks » ou toute autre forme de plagiat sera sanctionné par l'attribution d'une note zéro. Vous pouvez reprendre des éléments de taille raisonnable (quelques lignes) dûment référencés (sources vérifiables). Votre texte doit être personnel.**
 - m. Qualité de la rédaction.

Le principe retenu, en cas de propositions de sujets similaires, est celui de premier arrivé, premier servi.

2. Présentation orale. **Porte sur une partie du travail écrit.** Durée : 25 minutes par étudiant. Les présentations seront suivies d'une période de questions-réponses (incluse

dans le temps imparti) animées par un modérateur volontaire (ou désigné). Chacun présentera une partie mathématique mise en contexte. L'évaluation portera notamment sur les éléments suivants :

- a. Qualité de la langue.
- b. Aisance et maîtrise du sujet (une simple lecture d'une présentation power point est déconseillée).
- c. Respect du temps imparti.
- d. Dynamisme.
- e. Exemples et illustrations.
- f. Intérêt pour le sujet.

Une copie électronique de votre présentation doit m'être soumise au plus tard la veille de votre exposé.

3. **Examen final.** Consistera en des questions à choix multiples ainsi que d'une rédaction sur des aspects de la théorie présentée. Il est possible que je vous demande de reproduire des démonstrations. Des notes de cours vous seront fournies au fur et à mesure. Vous êtes encouragés à faire des lectures indépendantes.

2. Exemples de thèmes pour travail de session

1. Qu'est-ce qu'un nombre ? Genèse de la théorie moderne.
2. Construction avec la règle et le compas et l'algèbre moderne.
3. Galois et la théorie des substitutions.
4. Abel et les équations algébriques du 5^{ème} degré.
5. Hamilton et les quaternions.
6. Felix Klein et Le programme d'Erlangen.
7. L'émergence des géométries non euclidiennes au 19^{ème} siècle.
8. L'analyse complexe : les approches de Cauchy, de Riemann et de Weierstrass.
9. L'émergence de la notion moderne de limite.
10. Continuité et continuité uniforme : quelle différence ? Difficultés rencontrées par les fondateurs (Bolzano, Cauchy,...). Vers l'analyse moderne.
11. La création de la théorie moderne des ensembles au 19^{ème} siècle.
12. L'axiomatisation des mathématiques au début du 20^{ème} siècle, différentes tentatives. Pourquoi fallait-il axiomatiser ?
13. La découverte de « monstres » mathématiques : fonctions partout continues et nulle part différentiables sur un intervalle.
14. Théorèmes célèbres : Théorème Fondamental de l'Algèbre (d'Alembert-Gauss), le Théorème d'Incomplétude de Gödel, le Théorème Central Limit (différentes versions).
15. Les théories modernes de l'intégration : l'intégrale de Riemann, l'intégrale de Lebesgue, l'intégrale de Denjoy.
16. La fondation de la théorie moderne des probabilités : Markov, Borel, Kolmogorov.
17. L'infini mathématique. Implications philosophiques.
18. Biographie d'un mathématicien illustre : œuvre et contexte (Gauss, Cauchy, Fourier, Galois, Abel, Cantor, Poincaré, Gödel, Hilbert, Banach, Von Neumann, Turing, etc.).

19. La religion et les mathématiques au 19^{ème} siècle.
20. Le calcul numérique. Les algorithmes.
21. La théorie des groupes au 19^{ème} siècle.
22. Impact de Bourbaki sur les mathématiques du 20^{ème} siècle. Bourbaki est-il mort aujourd'hui ?
23. Le congrès de Paris de 1900.
24. Les mathématiques dites « modernes » des années 1960. N'était-ce qu'une vague ? Impact pédagogique.
25. Émergence de nouvelles mathématiques au 20^{ème} siècle : les fractales, les systèmes dynamiques, la complexité, les mathématiques expérimentales.
26. Les invariants en mathématiques.