MAT 6617 *Théorie des nombres*
Automne 2019, Plan de cours

Langage:	À déterminer en classe. Français/Anglais au bureau.
Échéancier:	Le 3 septembre au 3 décembre 2019 lundi 13h30 - 15h30 Pav. André-Aisenstadt 4186. mardi 13h-14h Pav. André-Aisenstadt 4186. Pas de cours le 14, le 21 et le 22 octobre

Professeure:	Matilde N. Lalín
	Pav. André-Aisenstadt 5145
	Disponibilités mardi 14h - 15h et vendredi 12h30-13h30
	Possibilité d'autres périodes de disponibilité sur rendez-vous.
	`mlalin@dms.umontreal.ca`
	`www.dms.umontreal.ca/~mlalin/mat6617`

Manuel:	"Number Fields", de D. A. Marcus "Algebraic Number Theory, a Computational Approach", de William Stein Disponible sur `http://wstein.org/books/ant/ant.pdf`
Devoir:	Le devoir sera placé sur la page web du cours. Il faut le remettre en classe les jours: 23 septembre, 7 octobre, 4 novembre, 18 novembre, 2 décembre. Les devoirs qui seront remis en retard ne seront pas acceptés.
Barème:	Travaux pratiques (devoir) 100 % (Tous les devoirs seront répartis également.) Le devoir le moins bon de chaque étudiant sera ignoré.
Note final:	Combinaison des mesures absolues et de distribution.

Objectifs et généralités: Le théorème fondamental de l'arithmétique dit que chaque entier positif peut être écrit comme produit des nombres premiers de manière essentiellement unique.

Plus généralement, on peut parler de factorisation dans des anneaux intègres, et plus précisément, dans les anneaux sur corps de nombres (extensions de $\mathbb{Q}$ de degré fini). On pose la question: Les anneaux sur corps de nombres ont-ils tous une factorisation unique?

À la fin des années 1840, Kummer a découvert une "preuve" du dernier théorème de Fermat, c'est-a-dire, l'affirmation que l'équation $X^n + Y^n = Z^n$ n'a pas de solution non triviale pour $n > 2$. La preuve de Kummer utilisait la factorisation unique dans les anneaux $\mathbb{Z}[\omega]$ où ω est une racine de l'unité. (Mal?)heureusement, les corps de nombres n'ont pas toujours de factorisation unique. Kummer a trouvé que sa preuve ne marchait pas toujours. Cette discussion a été à l'origine du sujet qui aujourd'hui s'appelle la théorie algébrique des nombres.

En conclusion, la théorie algébrique des nombres s'occupe des corps de nombres, ses idéaux, ses anneaux d'entiers, et ses unités.

Les objectifs de ce cours sont d'initier aux étudiants aux rudiments de la théorie algébrique de nombres.

Plan de cours:

1. Anneaux noethériens et modules.
2. Corps de nombres et anneaux de nombres.
3. Décomposition en des facteurs premiers et anneaux de Dedekind.
4. Discriminants et normes.
5. Le groupe des classes d'idéaux.
6. Le groupe des unités.
7. Groupes de décomposition et d'inertie.
8. La fonction zeta de Dedekind et la formule du nombre de classes.

Quelques rappels:

- La date limite pour modifier un choix de cours et pour abandonner un cours sans frais : le 18 septembre.
- La date limite pour abandonner un cours avec frais : le 8 novembre.
- Il est fait obligation à l'étudiant de motiver une absence prévisible à une évaluation dès qu'il est en mesure de constater qu'il ne pourra être présent, il appartiendra à l'autorité compétente de déterminer si le motif est acceptable (règlement des études de premier cycle `http://www.etudes.umontreal.ca/reglements/reglements.html`).
- Le plagiat attention, c'est sérieux! L'étudiant est invité à consulter le site `http://www.integrite.umontreal.ca`
- Pour la disponibilité des livres en bibliothèque, contacter le comptoir de prêt (`http://www.bib.umontreal.ca/nous-joindre/MI.htm`) ou la bibliothécaire Ferroudja Nazef (`f.nazef@umontreal.ca`)

Clause de non-responsabilité: Les erreurs typographiques dans ce plan de cours sont sujettes à des changements qui seront annoncés en classe.

MAT 6617 *Number Theory*
Fall 2019, Syllabus

Language:	To be determined (lectures). French and English (office hours).
Dates:	September 3 to December 3, 2019
	Mondays 1:30PM-3:30PM Pav. André Aisenstadt 4186.
	Tuesdays 1PM-2PM Pav. André Aisenstadt 4186.
	No classes on October 14, 21, and 22
Professor:	Matilde N. Lalín
	Pav. André-Aisenstadt 5145
	Office hours Tuesdays 2PM-3PM and Fridays 12:30PM-13:30PM
	or by appointment.
	`mlalin@dms.umontreal.ca`
	`www.dms.umontreal.ca/~mlalin/mat6617`
Book:	"Number Fields" by D. A. Marcus
	"Algebraic Number Theory, a Computational Approach", by William Stein
	Available at `http://wstein.org/books/ant/ant.pdf`
Homework:	Homework assignments will be posted in the course website.
	They will be due in class as follows: September 23, October 7,
	November 4, November 18, December 2.
	Late assignments will not be accepted.
Grade Weights:	Homework 100 % (Assignments will have the same weight.)
	The worst of the five assignment marks will be dropped.
Final Mark:	Based on a combination of absolute measures and distribution.

Objectives and General Description: The fundamental theorem of arithmetic says that every positive integer number can be written as product of prime numbers in an essentially unique way.

More generally, it makes sense to speak of factorization in integral domains, and more precisely in rings in number fields (finite extensions of $\mathbb{Q}$). A natural question is, do all the rings in numbers fields satisfy unique factorization?

In the late 1840s, Kummer discovered a "proof" of Fermat's last theorem, the assertion that $X^n + Y^n = Z^n$ has no nontrivial solutions for $n > 2$. Kummer's proof depended on unique factorization in the rings $\mathbb{Z}[\omega]$, where ω is a root of unity. (Un?)fortunately, not every number field has unique factorization. Kummer discovered that his proof would not always work. These considerations gave rise to what is known as algebraic number theory.

In sum, Algebra Number Theory deals with number fields, their ideals, their rings of integers, their units.

The goal of this class is to introduce students to the basics of algebraic number theory.

Course Plan:

1. Noetherian Rings and Modules.
2. Number Fields and Number Rings.
3. Prime factor decomposition and Dedekind Domains.
4. Discriminants and Norms.
5. The Ideal Class Group.
6. The Group of Units.
7. Decomposition and Inertia Groups.
8. The Dedekind zeta function and the Class Number formula.

Some Reminders:

- The deadline for adding/dropping or withdrawal of a course with refund at **Université de Montréal** is September 18.
- The deadline for withdrawal of a course without refund at **Université de Montréal** is November 8.
- It is the responsibility of the student to notify the instructor of a foreseeable absence from an exam as soon as possible. The supporting documentation will be evaluated by the correspondent authority who will determine if the reasons for the absence are properly justified. (As per the regulations in `http://www.etudes.umontreal.ca/reglements/reglements.html`.)
- Plagiarism is a serious offence! Students are invited to consult the site `http://www.integrite.umontreal.ca`
- To check for book availability in the library, contact the circulation desk (`http://www.bib.umontreal.ca/nous-joindre/MI.htm`) or the librarian Ferroudja Nazef (`f.nazef@umontreal.ca`)

Disclaimer: Any typographical errors in this Course Outline are subject to change and will be announced in class. When in doubt, the French version of this document takes precedence.