

## 7 Couches limites laminaires $Re \gg 1$ .

### (§6.5.1-6.5.2 Ryhming)

On constate expérimentalement, à un nombre de Reynolds élevé, que les effets dus à la viscosité dans un écoulement autour d'un corps solide sont restreints à des couches minces localisées le long de la surface du corps et en aval au sillage du corps. Ces couches minces, le long de la surface du corps, sont appelées couches limites. Au sein de ces couches la vitesse tangentielle par rapport à la paroi change très rapidement. Cette vitesse est égale à zéro à la paroi et approche une valeur donnée par l'écoulement non visqueux à l'extérieur de la couche. Cette variation se produit donc sur une distance caractéristique  $\delta$  de la couche. La couche limite est mince en ce sens que le rapport  $\delta/L \ll 1$ , où  $L$  représente une dimension caractéristique du corps face à l'écoulement (voir la figure).

La vitesse hors de la couche limite est connue et prescrite comme une fonction de  $x$  (voir figure). L'écoulement hors de la couche limite est non visqueux et il peut se calculer selon la théorie potentielle. La vitesse à l'extérieur de la couche limite  $U_e(x)$  est alors une fonction de  $x$  et la pression associée à  $U_e(x)$  est dénommée  $p_e(x)$ . Selon la théorie des fluides idéaux la relation entre  $U_e$  et  $p_e$  est donc donnée par

$$U_e \frac{dU_e}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx}. \quad (325)$$

Considérons maintenant les équations exactes (235). Le premier terme de l'équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (326)$$

est de  $O(U_e/L)$ . Soit  $v_\delta$  la valeur de  $v$  à la limite supérieure de la couche limite où  $y = O(\delta)$ . Donc  $\partial v/\partial y$  est d'ordre de grandeur  $v_\delta/\delta$ . Par ailleurs, les deux termes de l'équation de continuité ont le même ordre de grandeur dans la couche limite. Par conséquent, on obtient

$$v_\delta = O(U_e \delta/L). \quad (327)$$

Puisque  $\delta \ll L$  on a  $v_\delta \ll U_e$  et par la suite l'écoulement est presque parallèle à la paroi. Considérons d'abord la composante dans la direction  $x$  de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement:

$$\underbrace{u \frac{\partial u}{\partial x}}_{\frac{U_e^2}{L}} + \underbrace{v \frac{\partial u}{\partial y}}_{\frac{U_e \delta}{L} \frac{U_e}{\delta}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \underbrace{v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{v \frac{U_e}{L^2}} + \underbrace{v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{v \frac{U_e}{\delta^2}}. \quad (328)$$

On voit que le premier terme contenant la viscosité est plus petit que le second et peut être négligé. L'ordre de grandeur des termes d'inertie et de viscosité indique donc que  $O(U_e^2/L) = O(vU_e/\delta^2)$  d'où on tire

$$\frac{\delta}{L} = O\left(\frac{1}{\sqrt{Re}}\right), \quad Re = \frac{U_e L}{\nu}, \quad (329)$$

La  $y$ -ième composante des équations de Navier-Stokes s'écrit

$$\underbrace{u \frac{\partial v}{\partial x}}_{U_e \frac{U_e \delta}{L^2}} + \underbrace{v \frac{\partial v}{\partial y}}_{\frac{U_e \delta}{L} \left( \frac{U_e \delta}{L} \frac{1}{\delta} \right)} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \underbrace{v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}_{v \frac{U_e \delta}{L} \frac{1}{L^2}} + \underbrace{v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}_{v \frac{U_e \delta}{L} \frac{1}{\delta^2}}. \quad (330)$$

Les termes  $u(\partial v/\partial x)$ ,  $v(\partial v/\partial y)$  et  $v(\partial^2 v/\partial y^2)$  sont de  $O(U_e^2 \delta/L^2)$  selon (323). Il s'en suit que

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = O\left(\frac{U_e^2 \delta}{L^2}\right). \quad (331)$$

C'est-à-dire que le gradient de pression dans la direction  $y$  est au premier ordre égal à zéro

$$\frac{\partial p}{\partial y} \approx 0, \text{ d'où } p = p(x). \quad (332)$$

La pression est donc "constante" dans la direction perpendiculaire à la paroi dans la couche limite. Par conséquent, la variation de pression dans la direction  $x$  est imposée par l'écoulement non visqueux à l'extérieur de la couche et est donnée par (325). Pour la couche limite bidimensionnelle incompressible, les équations au premier ordre de  $\delta/L$  sont ainsi

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (333)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (334)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (335)$$

Ces équations, connues sous la dénomination d'équations de la couche limite, ont été établies pour la première fois par Prandtl (1904).

Les conditions aux limites sont

$$y = 0 : u = v = 0, \quad (336)$$

$$y/\delta \rightarrow \infty : u \rightarrow U_e. \quad (337)$$

Puisque la couche limite est mince par rapport à une distance caractéristique de l'écoulement externe non visqueux on peut intuitivement s'attendre à ce que la valeur de la vitesse non visqueuse  $U_e(x,y)$  en  $y = O(\delta)$  ne diffère que très peu par rapport à la valeur de  $U_e(x,0) = U_e(x)$  qu'on obtiendrait avec la théorie potentielle à la paroi même en négligeant la couche limite.

## 7.1 Un exemple

Pour illustrer le principe, considérons le problème suivant posé par l'équation différentielle ordinaire de deuxième ordre pour la fonction  $f(y)$  avec deux conditions aux limites

$$\varepsilon f'' + f' = a, \quad (338)$$

$$f(0) = 0, f(1) = 1. \quad (339)$$

où  $1 > a > 0$  et  $0 < \varepsilon \ll 1$ . Dans les équations de Navier-Stokes, le paramètre  $\varepsilon$  correspond à  $Re^{-1}$ . Par conséquent, à la limite  $\varepsilon \rightarrow 0$  l'équation change intrinsèquement de type, puisqu'à la limite même, l'ordre de l'équation différentielle est réduit. On parle d'un problème de *perturbation singulier*. La solution exacte pour  $f(y)$  peut s'écrire

$$f(y) = -\varepsilon C_1 \exp(-y/\varepsilon) + C_2 + ay, \quad (340)$$

où

$$C_2 = \varepsilon C_1 = \frac{1-a}{1-\exp(-1/\varepsilon)}. \quad (341)$$

Par conséquent,

$$f(y) = ay + \frac{1-a}{1-\exp(-1/\varepsilon)} [1 - \exp(-y/\varepsilon)] \quad (342)$$

En prenant la limite  $\varepsilon \rightarrow 0$  de cette solution pour n'importe quelle valeur fixe de  $y$ , nous obtenons

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(y) = ay + 1 - a := f_e(y). \quad (343)$$

Nous voyons que  $f_e(y)$  vérifie la condition externe  $f(1) = 1$  mais non la condition interne,  $f_e(0) \neq 0$ . Considérons maintenant la limite, quand  $\varepsilon \rightarrow 0$ , de  $f(y)$  pour une valeur fixe de  $y/\varepsilon$ , nous obtenons

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(y) = a \frac{y}{\varepsilon} + (1-a)(1 - \exp(-y/\varepsilon)) = f_i(y), \quad (344)$$

qui constitue la solution interne  $f_i(y)$  de  $f(y)$ . Nous voyons que  $f_i(y)$  vérifie la condition interne  $f_i(0) = 0$  mais non pas la condition externe,  $f_i(1) \neq 1$ . Par contre, à la limite externe  $y/\varepsilon \rightarrow \infty$  de la solution interne, nous obtenons une liaison parfaite avec la limite interne  $y \rightarrow 0$  de la solution externe (voir figure).

$$\lim_{y/\varepsilon \rightarrow \infty} f_i(y) = \lim_{y \rightarrow 0} f_e(y) = 1 - a. \quad (345)$$

En connaissant les solutions interne et externe d'un problème de perturbation singulier, on peut former une solution complète par l'addition des deux solutions et par la soustraction de leur partie commune. Dans notre cas, la partie commune est donnée par le terme  $(1-a)$ . La solution complète approximative pour  $\varepsilon \ll 1$  devient par conséquent

$$f_a = f_i + f_e - (1-a) = ay + (1-a)[1 - \exp(-y/\varepsilon)]. \quad (346)$$

La différence entre  $f_a$  et la solution exacte est très faible.

On constate que les équations (333) à (335) sont du point de vue mathématique complètement différentes des équations de Navier-Stokes. La différence se manifeste par l'absence du terme  $\partial^2 u / \partial x^2$ . Les équations de la couche limite bidimensionnelle sont ainsi paraboliques, tandis que les équations stationnaires de Navier-Stokes sont elliptiques .

## 7.2 Exemple 2: Couche limite sur une plaque plane (§6.5.3 et 6.5.4 de Ryhming)

Comme illustration considérons la couche limite qui se développe sur une plaque plane de longueur infinie. Ce problème a été résolu par Blasius (1908). Etant donné que la solution de (333) - (335) pour la plaque plane ne peut pas dépendre de la longueur de la plaque (problème parabolique), écrivons la vitesse  $u$  dans la couche

$$u = U_e g(s), \quad s = y / \delta(x), \quad (347)$$

où  $g$  est une fonction de la combinaison  $y / \delta(x)$  et où  $\delta(x)$  représente l'épaisseur caractéristique de la couche à l'abscisse  $x$ . Cette même épaisseur est exprimée par

$$\delta(x) = (\nu x / U_e)^{1/2}, \quad (348)$$

selon l'estimation (329). Par conséquent, l'expression (347) est équivalente à l'assertion que  $s$ , et donc  $u$ , sont constants sur toute parabole  $x = \text{Cte } y^2$  et que la courbe  $u / U_e = g(s)$  représente tous les profils de vitesse le long de la plaque. Les profils de vitesse ayant une telle propriété sont dits *auto-similaires*.

Pour vérifier l'assertion (347) calculons d'abord la fonction de courant  $\psi$  afin de satisfaire l'équation de continuité (333)

$$\psi = \int_0^y u dy' = U_e \delta \int_0^s g(s') ds' = U_e \delta f(s) = (U_e \nu x)^{1/2} f(s), \quad (349)$$

où  $f'(s) = g(s)$ . La fonction  $f$  doit elle-même vérifier (334) ainsi que les conditions aux limites (336) et (337). Il découle de (349) que

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y} = U_e f'(s), \\ v &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{2} \left( \frac{U_e \nu}{x} \right)^{1/2} f(s) - (U_e \nu x) f'(s) \frac{\partial s}{\partial x}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= U_e f''(s) \frac{\partial s}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = U_e f''(s) \frac{1}{\delta}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = U_e f'''(s) \frac{1}{\delta^2}. \end{aligned} \quad (350)$$

Par substitution de ces expressions dans (334), on obtient

$$U_e^2 f' f'' \frac{\partial s}{\partial x} - \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{U_e \nu}{x} \right)^{1/2} f + (U_e \nu x)^{1/2} f' \frac{\partial s}{\partial x} \right] U_e f'' \frac{1}{\delta} = \frac{\nu U_e}{\delta^2} f'''. \quad (351)$$

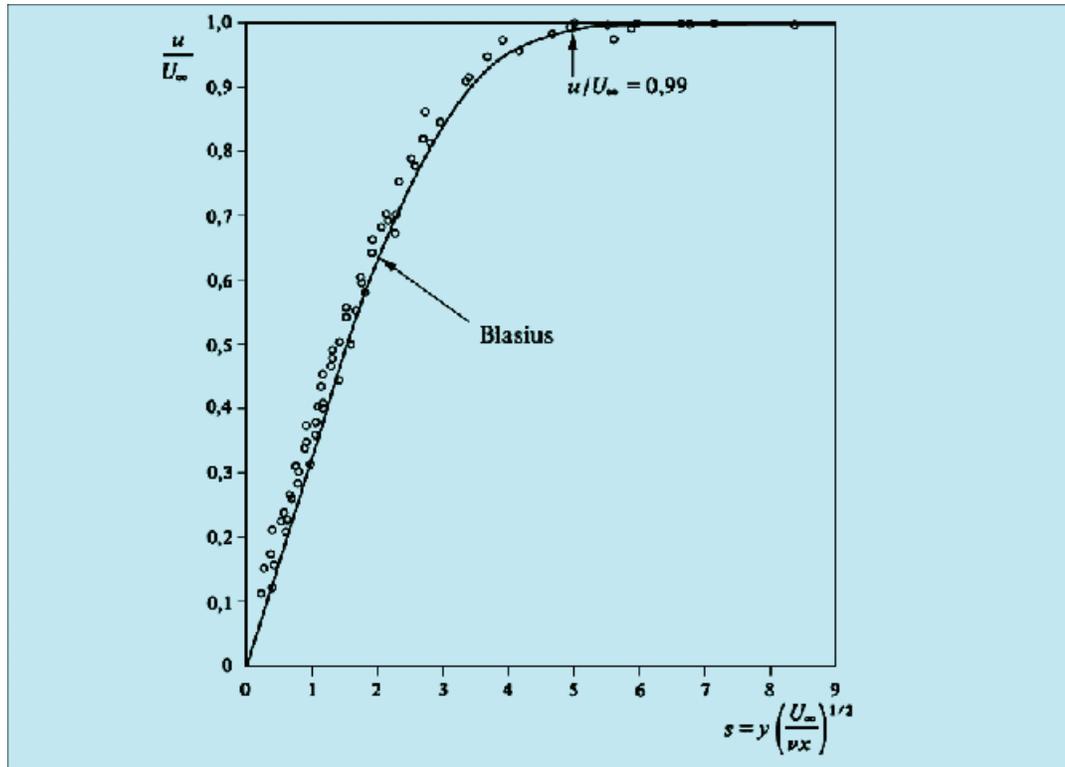


Figure 27: Profil de Blasius comparé aux résultats expérimentaux.

Les deux termes restants dans (351) sont multipliés par le même facteur. Il en résulte par conséquent une équation unique pour  $f$ :

$$f f'' + 2 f''' = 0, \quad (352)$$

qui représente l'équation *de Blasius*. Les conditions aux limites (336) deviennent

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad (353)$$

tandis que la condition (337) s'exprime par

$$\lim_{s \rightarrow \infty} f'(s) = 1. \quad (354)$$

Pour l'intégration de (352) il est nécessaire d'avoir recours à une méthode numérique. Le profil de vitesse est représenté sur la figure ci-dessus en comparaison avec des résultats expérimentaux. On observe que la concordance est très satisfaisante. Notez, que la

contrainte de cisaillement  $\tau_p$  sur la paroi est donnée par

$$\tau_p = \eta \frac{\partial u}{\partial y} = \left[ \eta U_e f''(s) \frac{\partial s}{\partial y} \right]_{y=0} = \eta U_e f''(0) \left( \frac{U_e}{\nu x} \right)^{1/2}. \quad (355)$$

### 7.2.1 Épaisseur d'une couche limite

Comme cela est indiqué dans le développement précédent, l'épaisseur caractéristique d'une couche limite joue un grand rôle dans la théorie. Toutefois, l'épaisseur de la couche limite peut être formulée de plusieurs manières différentes pour caractériser l'influence physique du frottement à la paroi.

Une première définition est tirée de l'évolution asymptotique de la vitesse tangentielle dans la couche limite vers la vitesse externe. On peut ainsi identifier une épaisseur sensible  $\delta_\infty$  qui traduit la valeur de  $y$  pour laquelle la condition (337) est vérifiée avec une précision donnée. Soit, par exemple, la valeur pour laquelle  $u/U_e = 0.99$ . Dans le cas de la plaque plane, on trouve que  $u/U_e = 0.99$  pour  $s \approx 5$ . Par conséquent, on obtient pour la plaque plane

$$\delta_\infty \approx 5 \left( \frac{\nu x}{U_e} \right)^{1/2}. \quad (356)$$

En fonction de la précision choisie, l'épaisseur sensible de la couche limite change. Une manière plus satisfaisante de définir l'épaisseur de la couche limite consiste en l'introduction d'une épaisseur de déplacement  $\delta^*$ . Celle-ci décrit le déplacement effectif de l'écoulement à l'extérieur de la couche du fait de la réduction du débit-masse près de la paroi. Considérons, par exemple, l'écoulement au-dessus d'une plaque plane et appliquons l'équation de continuité sous forme intégrale au volume de contrôle bidimensionnel indiqué sur la figure 28.

Figure 28: Evaluation de  $\delta^*$  et  $\theta$  de la couche limite sur une plaque plane.

Celui-ci est de hauteur  $h(x) > \delta_\infty$  et de longueur  $x$ . On obtient

$$\oint_C \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds = 0 \Rightarrow - \int_0^{h(x)} \rho U_e dy + \int_0^{h(x)} \rho u dy + \int_0^x \rho v dx' = 0. \quad (357)$$

À cause de la couche limite, qui se développe sur la plaque, une partie du débit-masse entrant dans le volume de contrôle, et représenté par le premier terme en (357), est déviée vers le haut. La partie du débit-masse  $\Delta \dot{M}$  ainsi déviée est donnée par

$$\Delta \dot{M} = \int_0^{h(x)} \rho (U_e - u) dy = \int_0^x \rho v dx'. \quad (358)$$

Par conséquent, une ligne de courant passant à la hauteur  $h(x)$  initiale au-dessus de la paroi ne demeure pas parallèle à la paroi. L'écoulement externe subit alors à l'abscisse  $x$  un déplacement qui est exprimé par  $\Delta \dot{M} = \rho U_e \delta^*(x)$  (figure 29) d'où

$$\delta^*(x) = \lim_{h \rightarrow \infty} \int_0^h \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy. \quad (359)$$

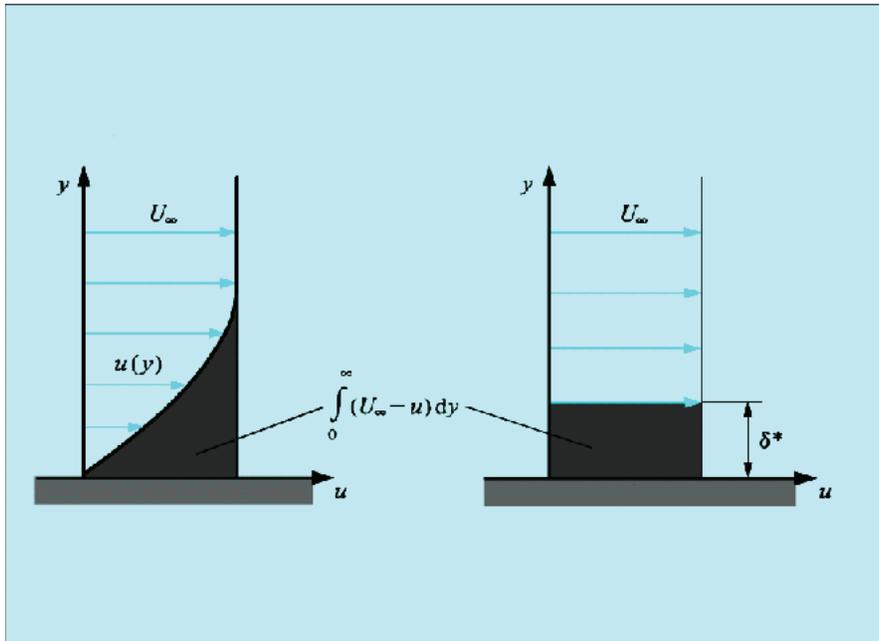


Figure 29: Epaisseur de déplacement  $\delta^*$  en relation avec le profil de vitesse à l'abscisse  $x$ .

Puisque  $u$  tend vers  $U_e$  de façon asymptotique, la limite supérieure de  $h(x) \rightarrow \infty$  pour obtenir l'effet total. Vue depuis l'écoulement externe, la plaque plane se présente

alors comme un profil parabolique puisque pour la plaque plane, on obtient

$$\delta^*(x) = 1.721 \left( \frac{vx}{U_e} \right)^{1/2} \quad (360)$$

Appliquons ensuite au volume de contrôle décrit sur la figure 28 l'équation de quantité de mouvement sous forme intégrale. Dans la direction  $e_x$ , on obtient (voir (174) pour l'équation équivalente dans le cas d'un fluide idéal)

$$- \int_0^{h(x)} \rho U_e^2 dy + \int_0^{h(x)} \rho u^2 dy + \int_0^x \rho v U_e dx' = - \int_0^x \tau_p(x') dx', \quad (361)$$

où  $\tau_p$  représente la contrainte de cisaillement sur la paroi de la plaque plane. L'action de  $\tau_p$  sur le volume de contrôle est donc orientée en sens inverse  $-e_x$ . Selon (358) on a

$$\int_0^x \rho v U_e dx' = U_e \Delta \dot{M} = \int_0^{h(x)} \rho U_e (U_e - u) dy. \quad (362)$$

Par conséquent, à la limite  $h \rightarrow \infty$ , on obtient à partir de (361)

$$\int_0^x \tau_p(x') dx' = \int_0^\infty \rho u (U_e - u) dy. \quad (363)$$

Ainsi sur la plaque plane  $\tau_p$  se calcule d'après

$$\tau_p = \frac{d}{dx} \int_0^\infty \rho u (U_e - u) dy = \frac{d\theta}{dx} \rho U_e^2, \quad (364)$$

où  $\theta$  représente l'intégrale

$$\theta = \int_0^\infty \frac{u}{U_e} \left( 1 - \frac{u}{U_e} \right) dy. \quad (365)$$

Donc  $\theta$  exprime la perte de quantité de mouvement dans la couche limite.  $\theta$  est ainsi dénommée épaisseur de quantité de mouvement. Pour la plaque plane  $\theta$  devient

$$\theta(x) = 0.664 \left( \frac{vx}{U_e} \right)^{1/2}. \quad (366)$$

L'expression de  $\tau_p$  selon (355) est retrouvée à partir de (364) et (366). Chacune de ces épaisseurs décrit donc un phénomène physique associé à la couche limite et on observe que  $\delta_\infty > \delta^* > \theta$ .

### 7.3 Exemple 3: L'équation de Falkner-Skan (Exercice 8.3 d'Acheson et §6.5.6 de Ryhming)

La couche limite sur la plaque plane peut être calculée par une équation différentielle ordinaire (352) au lieu d'une équation aux dérivées partielles. La simplification obtenue est considérable et dépend du fait que, pour toutes les abscisses  $x$ , les profils de vitesse sont exprimables en fonction de la variable  $s = y/\delta(x)$ . Dans ce paragraphe nous chercherons d'autres solutions autosimilaires des équations de la couche limite donnée par (333) - (335).

L'écoulement à l'extérieur de la couche limite peut maintenant varier de façon telle que  $u \rightarrow U_e$  lorsque  $s \rightarrow \infty$ . Si la couche est auto-similaire, la fonction de courant doit prendre la forme

$$\psi = F(x)f(s), \quad \text{où } s = y/\delta(x). \quad (367)$$

La composante  $u$  de la vitesse devient

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = F(x)f'(s)\frac{1}{\delta(x)}, \quad (368)$$

et la condition  $u \rightarrow U_e(x)$  lorsque  $s \rightarrow \infty$  veut dire que

$$F(x) = cU_e(x)\delta(x), \quad (369)$$

avec  $c$  une constante. On prend, par commodité,  $c = 1$ . Donc,  $\psi$  devient  $U_e(x)\delta(x)f(s)$  et la composante  $v$  de la vitesse s'écrit

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -U_e'(x)\delta(x)f(s) - U_e(x)\delta'(x)f(s) + U_e(x)\delta(x)f'(s)\frac{y\delta'(x)}{\delta(x)^2}. \quad (370)$$

La substitution de ces expressions de  $u$  et  $v$  dans (334) donne

$$(f')^2 - \left(1 + \frac{U_e\delta'}{U_e'\delta}\right)ff'' = 1 + \frac{vf'''}{\delta^2U_e'}. \quad (371)$$

Pour qu'une solution auto-similaire de type (367) soit possible il faut que

$$\frac{U_e\delta'}{U_e'\delta} = A = \text{constante} \quad \text{et} \quad \delta^2U_e' = B = \text{constante}, \quad (372)$$

parce que, si non, ceux-ci seront des fonctions de  $x$ . De

$$\frac{U_e\delta'}{U_e'\delta} = A, \quad (373)$$

on voit que

$$\frac{U_e'}{U_e} = A^{-1}\frac{\delta'}{\delta}, \quad (374)$$

de sorte que si les membres de gauche et de droite étaient tous les deux constants nous aurions

$$U_e(x) = \text{Cte} \exp(\alpha x), \delta(x) = \text{Cte} \exp(\beta x), \quad (375)$$

avec (en utilisant (372)b)  $2\beta + \alpha = 0$ . Autrement, on intègre (372a) et on utilise (372b) pour obtenir

$$U_e^{2A} U_e' = C = \text{constante}, \quad (376)$$

d'où, en intégrant par rapport à  $x$ , on obtient

$$U_e^{2A+1} = (2A+1)(Cx+D). \quad (377)$$

Donc, en écrivant  $2A+1 = m^{-1}$ ,  $[C(2A+1)]^m = \alpha$  et  $D = 0$  on voit qu'une solution

$$U_e = \alpha x^m, \quad (378)$$

est possible avec une fonction  $\delta(x)$  correspondante donnée par

$$\delta(x) = \text{Cte} x^{\frac{1-m}{2}}. \quad (379)$$

Acheson suggère de choisir la constante en (379) telle que

$$\delta(x) = \left( \frac{\nu}{(m+1)\alpha x^{m-1}} \right)^{1/2}. \quad (380)$$

Ainsi l'équation (371) devient

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' + \frac{m}{m+1} (1 - (f')^2) = 0. \quad (381)$$

On note que la distribution de vitesse  $U_e = \alpha x^m$  est réalisée par un écoulement potentiel  $w = \alpha z^{m+1}/(m+1)$  le long de la paroi d'un dièdre, dont l'angle d'ouverture est égal à  $2m\pi/(m+1)$ . Voir la figure ci-dessous. La composante  $v_r$  de l'écoulement potentiel mentionné ci-dessus est obtenue de

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dz} &= \alpha z^m = (v_r - iv_\theta) \exp(-i\theta), \\ \Rightarrow v_r &= \alpha r^m \cos(m+1)\theta, \quad v_\theta = -\alpha r^m \sin(m+1)\theta. \end{aligned} \quad (382)$$

Donc, le long de l'axe  $x$  ( $\theta = 0, r = x$ )  $v_r = \alpha r^m = \alpha x^m = U_e(x)$ .

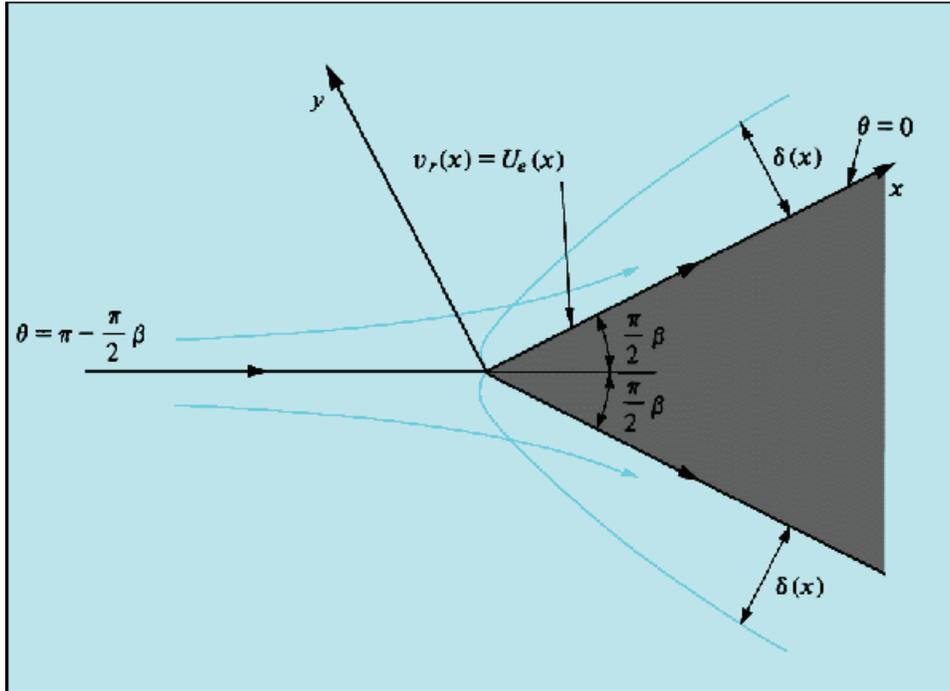


Figure 30: Couche limite auto-similaire associée à l'écoulement autour d'un dièdre.

Une valeur positive de  $m$  correspond à un écoulement accéléré. Ainsi, pour  $m = 1$ , on obtient un écoulement avec point d'arrêt contre une plaque plane. Selon (380) l'épaisseur de la couche est alors constante. On constate que pour ce cas (381) fournit une solution exacte des équations de Navier-Stokes. La substitution de

$$\psi = U_e(x)\delta(x)f(s) = \alpha x \left(\frac{v}{2\alpha}\right)^{1/2} f(s), \quad (383)$$

en

$$-\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \right) \nabla^2 \psi = \nu \nabla^4 \psi \quad (384)$$

donne

$$2f^{(iv)} + ff''' - f'f'' = 0 = \frac{d}{ds} (2f''' + ff'' + (1 - (f')^2)) \quad (385)$$

vérifiant immédiatement l'assertion.

Dans le domaine  $0 < m < 1$ , on obtient un cas général représentant un écoulement de couche limite sur un dièdre.

Pour les valeurs  $m < 0$  on obtient un écoulement décéléré. On constate que pour

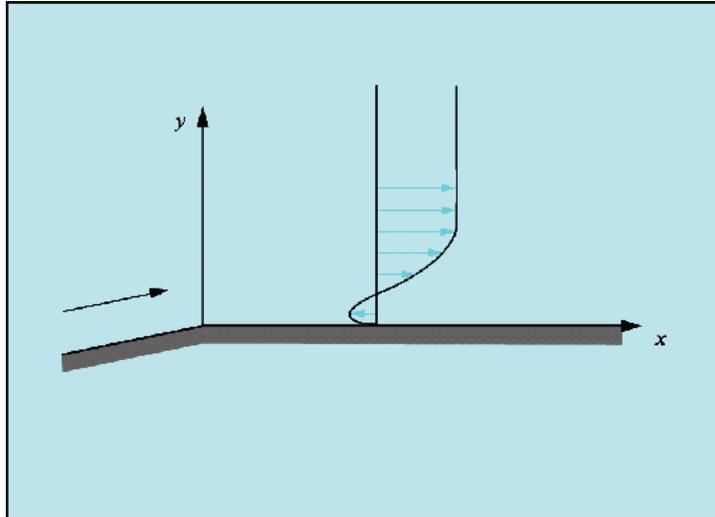


Figure 31: Ecoulement décollé avec son profil de vitesse,  $m < -0.0904$ .

$m = -0.0904$   $\tau_p$  devient zéro, ce qui traduit la condition

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (386)$$

Pour cette valeur de  $m$ , la couche limite décolle et pour  $m < -0.0904$ , il se produit un profil de vitesse pour lequel le fluide se meut à contre-courant de l'écoulement principal à la paroi (figure 31). Les différents profils de vitesse qui sont obtenus pour  $1 > m > -0.0904$  par intégration numérique de (381) sont illustrés sur la figure 32. Les différentes distributions de vitesse  $U_e(x)$  le long de la paroi du dièdre correspondant aux divers profils dans la couche limite sont représentées sur la figure 33.

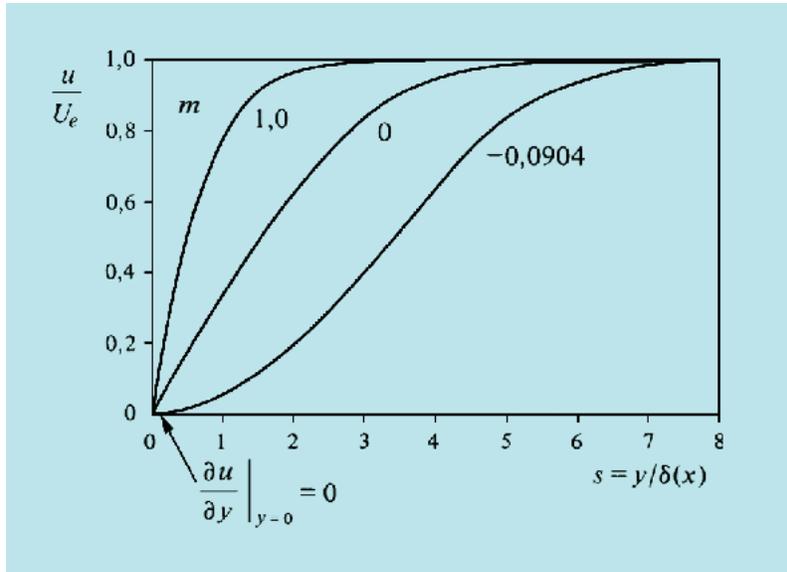


Figure 32: Famille de profils de vitesse selon Falkner-Skan ( $1 > m > -0.0904$ ).

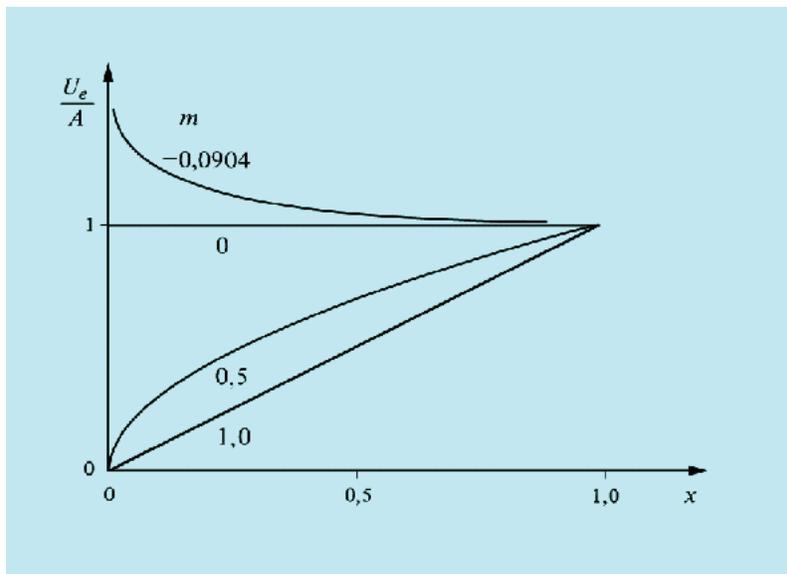


Figure 33: Vitesse  $U_e(x)$  en fonction du paramètre  $m$ .