

MAT 2450

Corrigé de l'exercice 2, chapitre 1, page 36

Soit T_M, T_W, T_X, T_Y, T_Z les temps où la station M, W, X, Y, Z envoie le signal. Étant donné deux points quelconques A et B , on note par d_{AB} la distance entre A et B . Soit v la vitesse du signal. Soit T_{AB} le temps du parcours du signal entre les deux points A et B . On peut alors écrire que $d_{AB} = vT_{AB}$.

On suppose que le problème est dans un plan car le système Loran est utilisé dans de petites régions.

Soit P la position inconnue du récepteur Loran, et soit t_M, t_W, t_X, t_Y, t_Z le moment où le récepteur reçoit le signal provenant de la station M, W, X, Y, Z . Ces moments sont connus puisque enregistrés par le récepteur Loran. On a

$$t_M = T_M + T_{MP} = T_M + \frac{1}{v}d_{MP}.$$

De plus, soit $\tau_W, \tau_X, \tau_Y, \tau_Z$ le temps prédéterminé attendu par la station W, X, Y, Z , après réception du signal émis par la station précédente. On a

$$T_W = T_M + T_{MW} + \tau_W = T_M + \frac{1}{v}d_{MW} + \tau_W.$$

Ce qui est important, c'est que T_W est bien défini. On en tire

$$t_W = T_W + T_{WP} = T_W + \frac{1}{v}d_{WP}.$$

Alors,

$$\begin{aligned}d_{MP} - d_{WP} &= v(t_M - t_W - T_M + T_W) \\ &= v(t_M - t_W + \frac{1}{v}d_{MW} + \tau_W)\end{aligned}$$

où tous les termes du membre de droite sont connus, ce qui donne que le récepteur P se trouve sur une branche d'hyperbole de foyers M et W . De même, on a

$$T_X = T_W + T_{WX} + \tau_X = T_W + \frac{1}{v}d_{WX} + \tau_X$$

est défini. On en tire

$$t_X = T_X + T_{XP} = T_X + \frac{1}{v}d_{XP}.$$

Alors,

$$\begin{aligned}d_{MP} - d_{XP} &= v(t_M - t_X - T_M + T_X) \\ &= v(t_M - t_X - T_M + T_W + \frac{1}{v}d_{WX} + \tau_X) \\ &= v(t_M - t_X + \frac{1}{v}d_{MW} + \tau_W + \frac{1}{v}d_{WX} + \tau_X)\end{aligned}$$

ce qui donne que le récepteur P se trouve sur une deuxième branche d'hyperbole de foyers M et X. Si les deux branches d'hyperbole se coupent en un seul point, on a fini. Sinon, on peut utiliser t_Y et t_Z pour déterminer quel est le point d'intersection qui correspond à la position du récepteur.