MAT 1000 Analyse 1

Professeur : Yvan Saint-Aubin

Quiz 3 : 14 novembre 2018, 13h30–14h20

DIRECTIVES PÉDAGOGIQUES :

- Répondre à toutes les questions.
- Toutes les réponses doivent être justifiées rigoureusement.
- Aucune documentation permise.
- Pas de calculatrice.
- Le quiz est sur 20.
- NE PAS ÉCRIRE DANS LA PLAGE AU-DESSUS DES QUESTIONS.

Nom, prénom ______________________________

Matricule ______________________________

Courriel ______________________________

---

(8) **1.** Soit $\sum a_n$ une série convergente et r un nombre réel dans l'intervalle $(-1, 1)$. Montrer que $\sum a_n r^n$ converge absolument.

(8) **2.** La série

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\dots$$

converge-t-elle ? Justifier rigoureusement votre réponse.
Attention : les signes alternent selon le patron $++--++--++--\dots$

(4) **3.** Soit une suite de nombres réels $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ et $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ ses sommes partielles. Soient les cinq critères suivants :

1. $\sum_{n=100}^{\infty} |a_n|$ converge.
2. $\lim_{n\to\infty} |S_{n+1} - S_n| = r$ avec $r \in (0, 1)$.
3. $\exists N \in \mathbb{N}$ tel que $\forall \epsilon > 0$, on a $|S_n - S_k| < \epsilon$ si $k, n \geq N$.
4. $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 1$.
5. La suite $\{S_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée.

Lesquels garantissent la convergence de la série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$? Donner, sans justification, la lettre qui représente la bonne liste.

(a) 2 et 4 (b) 1 et 3 (c) 1, 4 et 5 (d) 2, 3 et 5 (e) tous