

MAT 1000, Analyse réelle I: Examen intra

Automne 2015

Calculatrices et documentation non permises. Justifiez vos réponses.

- (5 points) Montrez qu'il n'existe pas de $x \in \mathbb{Q}$ tel que $x^2 = 5$.
- (5 points) Soit $E = \{x \in \mathbb{Q} : a < x < b\}$. Montrez que $[a, b] \subset \partial E$.
- (5 points) À l'aide de la définition, montrez que la suite $\left\{ \frac{4n^2 - 3n}{2n^2 - 1} \right\}$ est convergente.
- (5 points) Pour $n \in \mathbb{N}$, soit E_n un ensemble fermé. On suppose qu'il existe $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $E_1 \subset [a, b]$. Montrez que $E = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} E_n$ est compact.
- (5 points) Soit $E \subset \mathbb{R}$ un sous-ensemble qui n'est pas ouvert. Montrez qu'il existe $x \in E$ et une suite $\{x_n\}$ telle que $x_n \rightarrow x$ et $x_n \notin E$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- (10 points) Soit $E = \left\{ \frac{4n - 3}{2n - 1} : n \in \mathbb{N} \right\}$.
 - Montrez que $2 = \sup(E)$.
 - Montrez que $\frac{5}{3} \notin \text{Acc}(E)$.