

Liste des sujets

MAT2450 — Mathématiques et technologies

Hiver 2026

1. **Les polyèdres, le théorème d'Euler, les symétries des polyèdres et leurs applications dans la nature.** Cristaux polyédriques, cristallographie, fullerènes, etc. Comment répartir uniformément les trous sur une balle de golf? Un bon point de départ est

Fullerènes et polyèdres, Christiane Rousseau, Accromath

<http://accromath.uqam.ca/2007/07/fullerenes-et-polyedres/>

Pour les applications en chimie aux fullerènes, voir DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Volume 51, "Discrete Mathematical Chemistry", DIMACS Workshop 1998. Pour la répartition des trous sur une balle de golf voir dossier Pour la Science "La sphère sous toutes ses formes", décembre 2003.

2. **Formes de la nature. La nature et les nombres.** Comment expliquer les spirales dans le coeur des fleurs de tournesol? Y a-t-il une équation donnant la spirale des coquilles d'escargots?

Références: *For all practical purposes*, dans la collection COMAP partie V,

La nature et les nombres, Ian Stewart, Hachette,

La physique des spirales végétales par Stéphane Douady et Yves Couder, dans la Recherche 250, janvier 1992, volume 24, et S. Douady, Y. Couder, *Phyllotaxis as a Physical Self-Organized Growth Process*, Physical Review Letters, **68**, 2098-2101 (1992).

3. **Croissance des végétaux et L-systèmes.** Comment croissent les végétaux, graminées, fougères, etc., qui ont des formes fractales? Aristid Lindenmayer a proposé un modèle simple d'automates qui peut expliquer cette croissance. Référence: The algorithmic beauty of plants, par P. Prusinkiewicz et A. Lindenmayer. Une version électronique gratuite est disponible à <http://algorithmicbotany.org/>

Aussi: L-systèmes: les équations des plantes, par Adrien Lessard, revue Accromath:

<http://accromath.uqam.ca/2013/09/l-systemes-les-equations-des-plantes/>

Adrien Lessard a aussi écrit un article de ce titre dans le Bulletin AMQ. Il peut être téléchargé à

<https://www.amq.math.ca/blog/bulletin/articles/vol54no02p27/>

4. **Surfaces minimales et membranes cellulaires.** Voir

Dossier hors-série "Les formes de la vie" de Pour la Science, juillet-septembre 2004.

P.-G. de Gennes et al, "Gouttes, perles et ondes" Bélin, Paris, 2002.

I. Peterson, "The mathematical tourist", W.H. Freeman and Co, 1998.

(Il est préférable d'avoir fait un cours de géométrie différentielle.)

5. Le format JPEG2000: compression d'images par ondelettes

Référence: "Discrete Wavelet transformations: an elementary approach with applications", Patrick J. van Fleet.

6. La percolation et ses applications.

Dans ce sujet on étudie sous quelles conditions un liquide peut percoler au travers d'un matériel poreux. Les applications sont multiples: percolation de liquides dans le sol, modélisation de la propagation de feux de forêt ou d'épidémies, etc.

Références:

Passera, passera pas, par C. Rousseau, Article dans Accromath, <http://accromath.uqam.ca/2014/02/passera-passera-pas/>

Introduction to percolation theory, D. Stauffer. Le livre est disponible à la bibliothèque de physique.

Pour une application à l'érosion fractale des côtes voir: *Self-Stabilized Fractality of Seacoasts through Damped Erosion* par B. Sapoval, A. Baldassarri and A. Gabrielli, Physical Review Letters 93, 2004.

7. Épidémies.

pouvons-nous modéliser le développement des maladies? Pouvons-nous évaluer le nombre de personnes infectées au cours du temps? Ce sont des questions qui ont préoccupé les scientifiques depuis longtemps. (Est-il utile de rappeler que les plus grandes épidémies ont tué au cours des siècles plus de gens que les grandes guerres?) Une introduction se trouve dans le chapitre *SIR model for spread of disease* sur la page <http://www.math.duke.edu/education/ccp/materials/epidemiology.html>

Et voici une référence avancée : D.J. Daley, J. Gani, *Epidemic Modelling*, Cambridge University Press (1999).

Essential Mathematical Biology, par Nicholas F. Britton, Springer Undergraduate Mathematics Series.

8. Une introduction à la théorie du chaos.

Le mieux est d'étudier l'exemple de l'application logistique.

Références pour commencer: chapitre 20 de « Dynamical systems with applications using Maple », par S. Lynch, Birkhäuser, 2001. Aussi article de Mitchell Feigenbaum « Universal behaviour in nonlinear sciences » dans le volume « Universality in chaos » par P. Cvitanovic (ce volume est à la bibliothèque: QC 174.84 U54 1984.)

Les références suivantes donnent des applications de la théorie du chaos.

- *La théorie du chaos*, J. Gleick, Champs Flammarion, 1989, ISBN 2-08-081218-X,
- *Le chaos*, Dossier hors-série Pour la Science, janvier 1995.

Pour les applications

- *Nonlinear Dynamics in Physiology and Medicine* (Editors: Anne Beuter, Leon Glass, Michael C. Mackey, Michèle S. Titcombe),
- *Nonlinear Dynamics And Chaos With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering* par S. H. Strogatz, Addison-Wesley, 1994,
- *When times breaks down*, A. T. Winfree, Princeton University Press, 1987,
- *Theory of Heart*, L. Glass, P. Hunter et A. McCulloch, Springer Verlag, 1991.

9. Modélisation de la croissance des populations dans un environnement sous contraintes.

Une population avec des ressources de nourriture sans limite, d'espace illimité et sans prédateurs a tendance à croître exponentiellement. La croissance de la plupart des populations cependant (même les populations humaines) est soumise à des contraintes. Comment modéliser leur croissance ?

Un point de départ possible : l'étude de l'équation logistique (c'est une équation aux différences). Une référence est le chapitre 6 de « *Differential equations* » par Blanchard, Devaney et Hall, section 6.1-6.4. On peut aussi modéliser à partir d'équations différentielles: partir des exemples de la section 1.1 et de la section 2.1 du livre ci-dessus.

Aussi <http://www.math.duke.edu/education/ccp/materials/biology.html> où se trouve le chapitre *Logistic growth model*.

Le lien *Birth, Growth, Death and Chaos* sur la page

http://web.math.princeton.edu/math_alive/4/index.shtml

Aussi *Essential Mathematical Biology*, par Nicholas F. Britton, Springer Undergraduate Mathematics Series.

10. **Existe-t-il des “élection idéales” ?** Les élections pour nos représentants provinciaux et fédéraux sont basées sur une des méthodes les plus simples (simplistes ?) de recueillir les désirs du peuple. Le citoyen y est appelé à exprimer *un* choix; ce citoyen développera souvent une tactique, sachant par exemple que son premier choix n'a pas de chance mais que son second offre sans doute un compromis acceptable. Existe-t-il des meilleures façons de recueillir le vote populaire ? Voici une question qui a intéressé les mathématiciens (et les politologues) depuis plus de deux siècles. Le mathématicien et politicien français Condorcet (1743-1794) est une des premières figures marquantes de ce domaine. Le théorème d'Arrow illustre la difficulté du problème. Commencer vos recherches bibliographiques par http://web.math.princeton.edu/math_alive/6/index.shtml

L'article suivant de John Geanakoplos contient trois preuves courtes du théorème d'Arrow: <https://cowles.yale.edu/node/140459>

11. L'empilement des sphères et ses applications. Voir

Dossier Pour la Science « La sphère sous toutes ses formes », décembre 2003.

I. Peterson, « Islands of truth », W.H. Freeman and co., New York 1990.

George G. Szpiro, « Kepler's conjecture », John Wiley & Sons, 2003.

Thomas Hales, « Cannonballs and honeycombs », Notices of the American Mathematical Society, Volume 47 (2000), No 4, 440-440.

Page personnelle de Thomas Hales: <http://www.math.pitt.edu/~thales>

Quel est l'empilement le plus dense, Christiane Rousseau, Accromath
<http://accromath.uqam.ca/2018/02/quel-est-lempilement-le-plus-dense/>

12. **Construction de pavages du plan ou classification de pavages.** Les exercices 10, 11 et 12 du chapitre Frises et mosaï ques suggèrent des défis qui feront de bons projets. Il s'agit des classifications de pavages archimédiens du plan (exercice 10), des pavages archimédiens de la sphère (exercice 11) et des mosaï ques du plan (exercice 12). L'énoncé des exercices est un bon point de départ. Voici quand même d'autres références.

Le chapitre 18 du livre « For all practical purposes » dans la collection COMAP explique entre autres comment inventer des pavages du plan.

13. **Pavages du plan hyperbolique.**

Artful mathematics: the heritage of M. C. Escher, par D. Dunham, Notices of the AMS, volume 50, no 4 (2003). 452-455, ainsi que les références contenues dans cet article.

Math and Art, An introduction to visual mathematics, par S. Kalajdzievski, CRC Press, 2008.

14. **Les diagrammes de Voronoï.** Ces diagrammes qui constituent une partition du plan avec n points spécifiés en n polygones convexes sont appliqués dans la théorie des communications sans fil. Références: « Graphes et hypergraphes, Claude Berge, Dunod, Paris 1975. « Applications of Voronoi diagrams », John Wiley & Sons, 1992. « Coloring ordinary maps, maps of empire and maps of the moon », Mathematics Magazine, vol. 66 (1993), 211–225. « Frequently asked questions in polyhedral computations », par K. Fukuda, <http://www.inf.ethz.ch/personal/fukudak/polyfaq/polyfaq.html>