

Examen intra 1

Analyse 3

MAT2100

L'examen dure 1h50. **Justifiez toutes vos réponses**, sauf indication contraire. Aucun matériel permis.

Enseignant : Jonathan Godin

Session : H23

/30

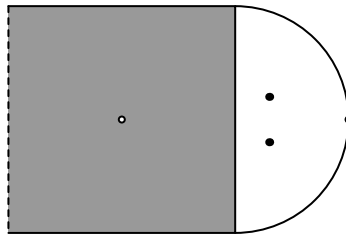
Question 1. (4pts) Soit $E \subset \mathbb{R}^2$ l'ensemble représenté par le dessin ci-bas. On utilise les conventions suivantes : un trait pointillé ne fait pas partie de E , un trait plein signifie qu'il est dans E , un point représente un singleton dans E , un point vide signifie qu'il n'est pas dans E , la région en gris est dans E , mais pas celle en blanc. Dessiner les ensembles suivants dans votre cahier d'examen **sans justifier**. Expliquer à l'aide de mots les détails importants d'un dessin au besoin.

a) E'

b) E°

c) ∂E

d) points isolés de E



Question 2. (6pts) Soit (X, d) un espace métrique discret*. Quelles sont les suites convergentes de X ?

Question 3. (10pts) Soit l'espace métrique (\mathbb{R}^2, d_2) et soit $E \subseteq \mathbb{R}^2$ défini par

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \in \mathbb{Q} \text{ et } x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

a) Calculer E° .

b) Calculer ∂E . L'ensemble E est-il fermé ?

Question 4. (10pts) Soit (X, d) et (Y, d') deux espaces métriques et soit $f: X \rightarrow Y$ une fonction continue. Soit $a \in X$ un point de X . Montrer que

$$E = \{x \in X \mid f(x) \neq f(a)\}$$

est ouvert dans X .

* Rappel : un espace métrique est discret si tous les points sont des points isolés.