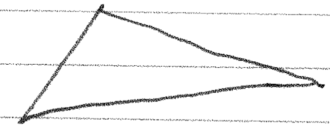
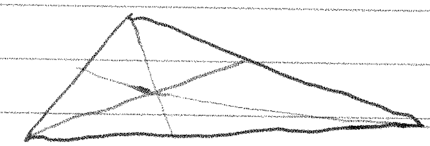
sec 4.8.

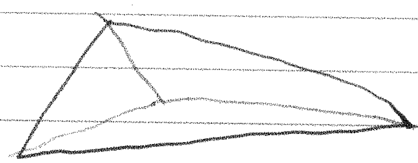
#1.



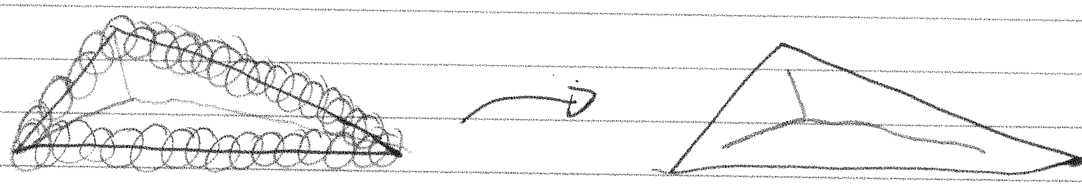
un triangle est formé de 3 angles. Le squelette d'un angle est la bissectrice



on enlève les bouts de la bissectrice



r-squelette : on enlève les points du squelette qui sont à distance plus petite que r du bord :

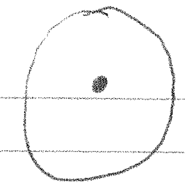


c'est la réunion de 3 segments

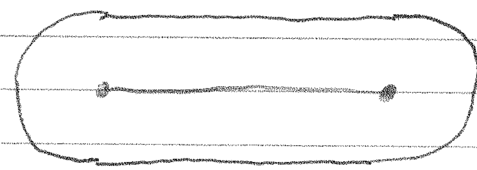
b) Le théorème du cercle inscrit :

Les bissectrices s'intersectent en un point qui est le centre du cercle inscrit (le plus gros cercle contenu dans un triangle).

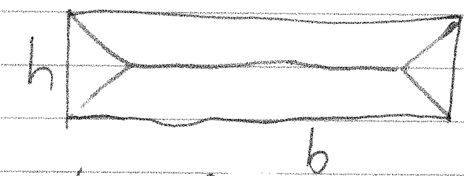
3a) un cercle



b) ceci:

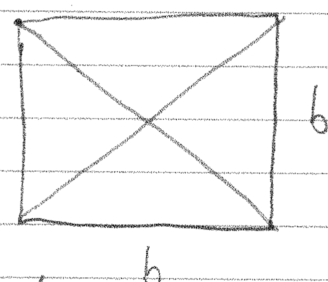


#4 a)



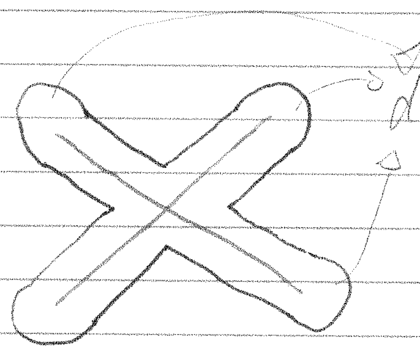
on sait qu'un rectangle a ce squelette.

le carré:



formé que des deux bissectrices.

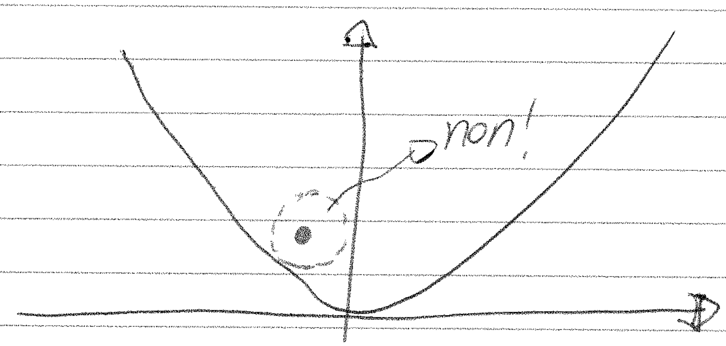
b)



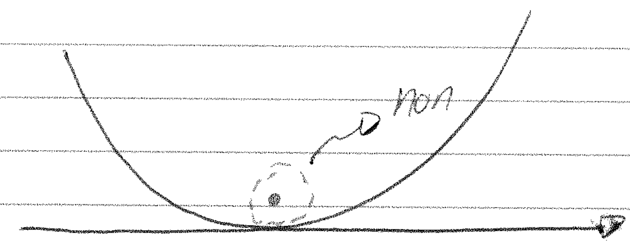
des demi-cercles

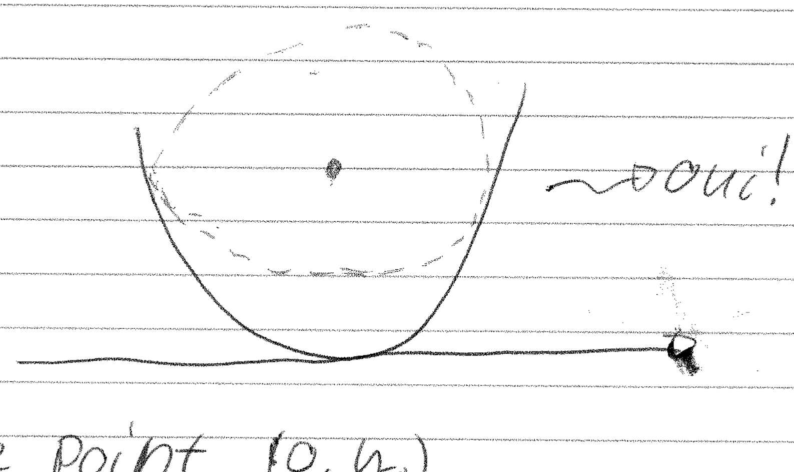
#5 Parabole d'équation $y = ax^2$.

• Premièrement, il faut que $x=0$,



• Puis, il faut que le cercle touche les côtés, sans quoi il n'y a qu'un seul point de contacte!





Soit le point $(0, y_0)$

La distance (au carré) entre $(0, y_0)$ et un point de la parabole (x_p, ax_p^2) est:

$$(x_p - 0)^2 + (a x_p^2 - y_0)^2$$

$$= a^2 x_p^4 + x_p^2(1 - 2a y_0) + y_0^2.$$

on cherche le minimum de cette fonction Pour un point $(x_p, a x_p^2)$ sur la parabole différent de $(0,0)$.

$$\frac{d}{d x_p}\left(a^2 x_p^4 + x_p^2(1-2a y_0) + y_0^2\right)$$

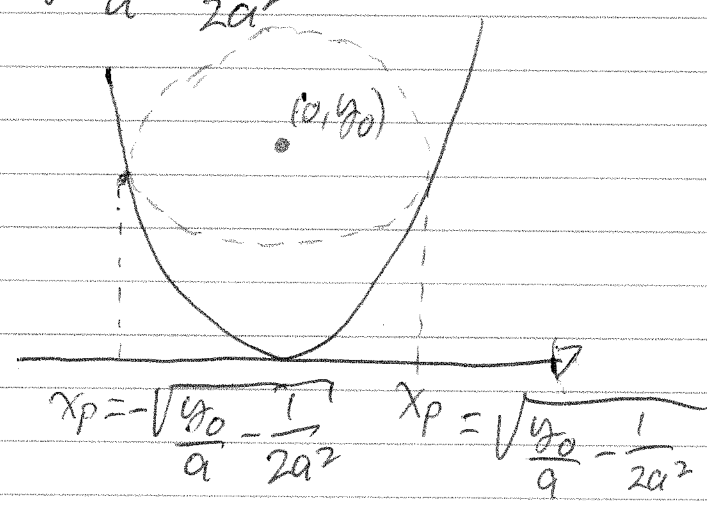
$$= 4a^2 x_p^3 + 2x_p(1 - 2a y_0) = 0$$

$\Rightarrow$ on retire le cas $x_p = 0$

$$\Rightarrow 4a^2 x_p^2 + 2(1 - 2a y_0) = 0$$

$$\Rightarrow x_p^2 = \frac{-2}{4a^2}(1 - 2a y_0) = \frac{y_0}{a} - \frac{1}{2a^2}$$

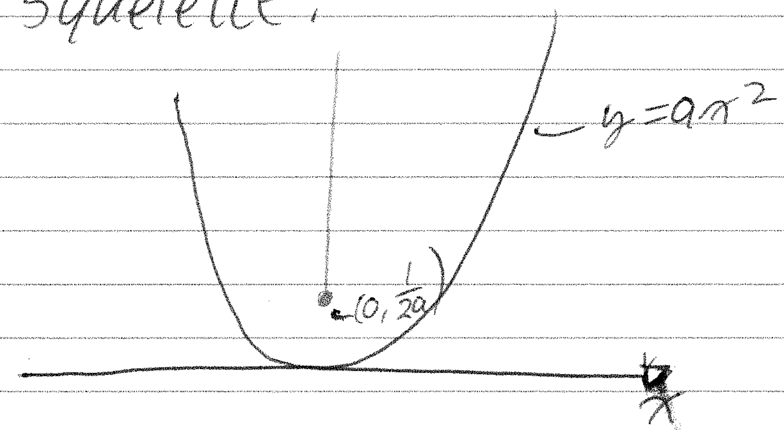
$$\Rightarrow x_p = \pm\sqrt{\frac{y_0}{a} - \frac{1}{2a^2}}$$



Pour que ces points soient bien définis,

il faut que $\frac{y_0}{a} - \frac{1}{2a^2} \geq 0 \iff y_0 \geq \frac{1}{2a}$.

Alors le squelette :

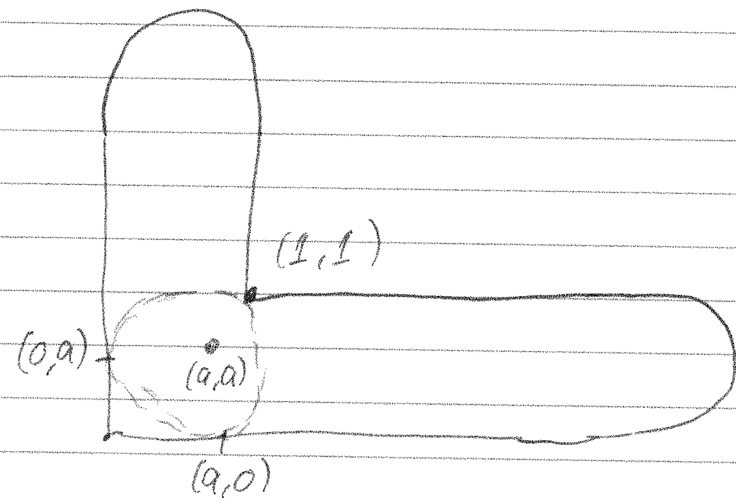


#6

a)

un segment de droite.

b)



Soit r le rayon et on a alors un cercle de centre (a,a) et de rayon r passant par $(0,a)$, $(a,0)$, $(1,1)$. On résout les équations :

$$\begin{cases} (a-a)^2+(a-0)^2=r^2 & (1) \\ (a-0)^2+(a-a)^2=r^2 & (2) \\ (a-1)^2+(a-1)^2=r^2 \end{cases}$$

de (1) et (2), on a $a^2=r^2 \Rightarrow a=r$ (car $a,r>0$)

(3) devient alors

$(a-1)^2+(a-1)^2=a^2$

$\Rightarrow a^2-2a+1+a^2-2a+1=a^2$

$\Rightarrow a^2-4a+2=0$

$\Rightarrow a_1=2-\sqrt{2}$

$a_2=2+\sqrt{2} \rightarrow$ à rejeter car >1.

le cercle est alors de rayon $a=2-\sqrt{2}$ de centre $(2-\sqrt{2}, 2-\sqrt{2})$.

c)