

# MAT 2450 - Examen 1

Mardi 22 février

/100

## Consignes

- La calculatrice non-programmable est permise.
- Vous avez le droit à une des deux ressources suivantes (aucune autre documentation est permise) :
  - Une version électronique ou papier du manuel de cours.
  - Deux pages de notes recto-verso.
- Toutes vos réponses doivent être justifiées!

---

## Question 1 [20 points]

Vous désirez mesurer la hauteur d'une montagne à bord d'un hélicoptère. Tout d'abord, vous positionnez votre hélicoptère à une altitude de 2022 m et à une certaine distance non nulle du sommet de la montagne. Vous notez que, lorsque vous regardez vers le bas, l'angle entre le plan horizontal qui passe par votre tête, votre œil et le sommet de la montagne est de  $37^\circ$ . Vous déplacez par la suite votre hélicoptère selon la verticale pour atteindre une altitude de 1778 m. Cette fois-ci, vous notez que, lorsque vous regardez vers le haut, l'angle entre le plan horizontal qui passe par votre tête, votre œil et le sommet de la montagne est de  $23^\circ$ .

- [8 points] Faire un dessin approximatif de la situation.
- [8 points] Quelle est la hauteur de la montagne?
- [4 points] Quelle distance vous sépare du sommet de la montagne lors de votre première mesure? Et lors de la deuxième?

---

## Question 2 [30 points]

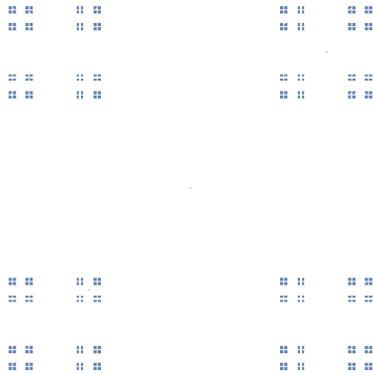
Considérons la projection suivante. Si  $P = (x, y, z)$  est un point de la sphère de rayon 1, alors sa projection  $P'$  sur le plan est donnée par  $P' = (x, y)$ .

- [5 points] Si  $P$  a une longitude  $L$  et une latitude  $\ell$ , trouvez une application  $\psi : [-180, 180] \times [-90, 90] \rightarrow \mathbb{R}^2$  telle que  $\psi(L, \ell) = P'$ .
- [8 points] Est-ce que cette projection est équivalente? Justifiez.
- [7 points] Décrivez l'image d'un méridien.
- [7 points] Décrivez l'image d'un parallèle.
- [3 points] Est-ce que cette projection est injective? En d'autres mots, est-ce les projections de n'importe quels deux points distincts sont distinctes? Justifier.

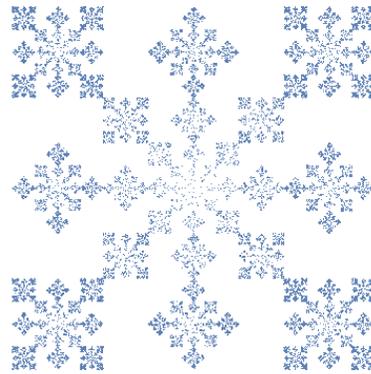
---

### Question 3 [30 points]

Pour chacune des fractales de la figure suivante, trouver un ensemble de contractions affines tel que la fractale soit l'attracteur du système de fonctions itérées formé par ces contractions. (Les facteurs d'homothétie pertinents sont  $1/4$  et  $1/\sqrt{2}$ .) Pour cela, choisissez un repère orthonormé avec un axe horizontal dirigé vers la droite et un axe vertical dirigé vers le haut. Tracer le système d'axes que vous utilisez.



(a) [10 points]



(b) [20 points]

---

### Question 4 [20 points]

Pour la fractale de la figure suivante, trouver un ensemble de contractions affines tel que la fractale soit l'attracteur du système de fonctions itérées formé par ces contractions. (Les facteurs d'homothétie pertinents sont  $1/2$  et  $1/3$ .) Pour cela, choisissez un repère orthonormé avec un axe horizontal dirigé vers la droite et un axe vertical dirigé vers le haut. Tracer le système d'axes que vous utilisez.

