Analyse 2 — Quiz 2

21 septembre 2022

Nom : ____________________________ /12

Matricule : ____________

→ Choisir le premier énoncé vrai.

Exercice 1. Soit $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction bornée. Soit P et Q deux partitions de $[a,b]$. Sous quelle condition a-t-on $I(f,P) \leq S(f,Q)$?

a) Toujours vrai.

b) Lorsque $P = Q$.

c) Lorsque $P \subseteq Q$.

d) Lorsque $P \supseteq Q$.

e) Lorsque f est intégrable.

Solution. L'inégalité est toujours vraie, puisque $I(f,P)$ est une approximation de l'aire par défaut et $S(f,Q)$, une approximation par excès. Cela a aussi été démontré dans un lemme du chapitre 2.

→ Association.

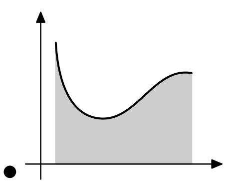
Exercice 2. Soit $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction intégrable, P une partition de $[a,b]$ et $c \in [a,b]$ un point. Associer chaque quantité de gauche à sa représentation géométrique à droite.

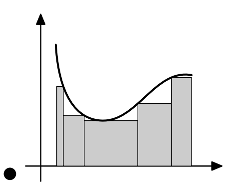
$I(f,P)$ • 1

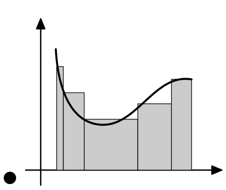
$S(f,P)$ • 2

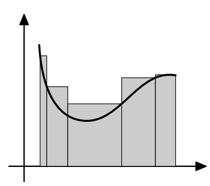
$\int_a^b f$ • 3

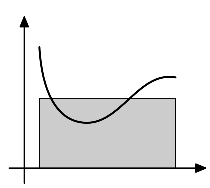
$f(c)(b-a)$ • 4

A • 

B • 

C • 

D • 

E • 

Solution. 1-B, 2-D, 3-A, 4-E

→ Réponse courte.

Exercice 3. Donner le développement limité à l'ordre 2 de $\log(1-x)$ en utilisant le petit o. (Ordre 2 signifie que votre développement devrait se terminer par « $+\ o(x^2)$ ».)

$\log(1-x) =$ ____________________

Solution. On pose $f(x) = \log(1-x)$. On a $f(0) = 0$, $f'(0) = -1$ et $f''(0) = -1$, donc

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \tfrac{1}{2}f''(0)x^2 + o(x^2) = -x - \tfrac{1}{2}x^2 + o(x^2).$$