

Analyse 2 — Minitest

20 octobre 2022

Nom : _____

/20

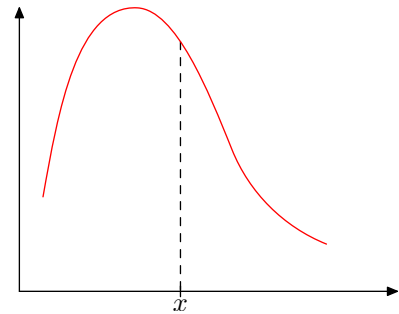
Matricule : _____

Justifier toutes vos réponses.

Exercice 1. (10pts) Soit $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction intégrable. On pose $F(x) = \int_a^x f$. Soit $x_0 \in [a, b)$ et $h > 0$ tel que $x_0 + h \in [a, b]$.

- Représenter sur le dessin $F(x_0 + h) - F(x_0)$.
- Soit $P = \{x_0, x_0 + h\}$ une partition. Représenter sur le même dessin $I(f, P)$ et $S(f, P)$.
- Montrer que F est continue en x_0 .

Indice. Inspirez-vous de votre dessin pour encadrer $F(x_0 + h) - F(x_0)$. N'oubliez pas le cas où $h < 0$.



Exercice 2. (10pts) Soit (f_n) une suite de fonctions de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right).$$

- a) Montrer que f_n converge simplement vers $f(x) = x$ sur \mathbb{R} .
- b) Montrer que $f_n \rightarrow f$ uniformément sur $[-1, 1]$.
- c) Est-ce que $f'_n \rightarrow f'$ uniformément sur $[-1, 1]$?