

MAT 1978 - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

Examen final

Le 27 avril, de 15:30 à 18:30

Documentation permise : une feuille de format 8 et 1/2 par 11 exclusivement.

Chaque question vaut 10 points.

1. Vrai ou Faux
(Répondre par V ou F. Une bonne réponse vaut +2, une mauvaise, -1).
 - a. Une variable aléatoire est une fonction.
 - b. Une statistique est une variable aléatoire.
 - c. Accepter une hypothèse statistique, c'est la démontrer.
 - d. La variance d'une somme est la somme des variances.
 - e. La fonction génératrice des moments génère des intervalles de temps de longueur aléatoire.
2. Soumis à un examen comportant 100 questions Vrai ou Faux dans lequel une bonne réponse vaut +2 et une mauvaise -1, un étudiant répond au hasard, en jouant à pile ou face. Quelle est l'espérance mathématique de sa note X ? Quelle est la variance de X ? Utiliser le théorème central limite pour calculer la probabilité que $X > 100$ (ne pas faire la correction de continuité).
3. Le quotient intellectuel des étudiants d'une certaine université est une variable aléatoire X distribuée normalement, d'espérance mathématique μ et de variance σ^2 inconnues. Pour les étudier, on prélève un échantillon X_1, X_2, \dots, X_n . Quelle statistique STT faut-il utiliser pour estimer μ ? Quelles seront les extrémités d'un intervalle de confiance de niveau 90% pour μ si un échantillon de taille $n = 25$ a donné une moyenne $\bar{x} = 117$ et un écart-type $s = 15$?

4. Le poids en kilos d'un étudiant à l'université A est une variable aléatoire X suivant une loi normale $N(\mu_1, 400)$ et celui d'un étudiant à l'université B est une variable aléatoire Y suivant une loi normale $N(\mu_2, 400)$. On prélève deux échantillons X_1, X_2, \dots, X_n et Y_1, Y_2, \dots, Y_m de ces populations. Quelle statistique STT faut-il utiliser pour tester l'hypothèse $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ versus l'hypothèse $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$? Si $n = 300$, $m = 150$, $\bar{x} = 83$, $\bar{y} = 87$, $s_x = 27$ et $s_y = 21$, faut-il accepter au seuil 5% l'hypothèse H_0 ?
5. On considère une variable aléatoire binomiale X . Le nombre x_k de fois où l'on a observé k succès en 96 répétitions de l'expérience est donné par le tableau suivant :

k	0	1	2	3	4
x_k	5	22	35	28	6

Doit-on accepter au seuil 10% l'hypothèse H_0 que X suit une loi $\text{bin}(4, 1/2)$?

6. On considère une variable aléatoire $Y = \alpha + \beta x + E$ où $E \sim N(0, \sigma^2)$. Quelle statistique STT faut-il utiliser, à partir d'un échantillon

$$(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n),$$

pour estimer σ^2 ? Si $n = 12$ et la valeur de cette statistique est $stt = 13,5$, quel seront les extrémités d'un intervalle de confiance de niveau 90% pour σ^2 ?

André Giroux