

MAT 6111 - MESURE ET INTÉGRATION

Examen intra

Le 14 octobre 2010, de 10h30 à 12h00.

Chaque question vaut 10 points.

1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sauf aux points d'un ensemble de mesure nulle N . Montrer qu'elle est mesurable.
2. Calculer la limite suivante :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{1/n}^1 x \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n dx.$$

(Justifier son calcul).

3. Soient $E \subseteq [0, 1]$ un ensemble fini, $E = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, et $f = \mathbb{I}_E$ sa fonction indicatrice.

Montrer qu'elle est à variation bornée sur $[0, 1]$, calculer sa variation et la représenter comme la différence de deux fonctions croissantes.

Est-elle absolument continue? (Justifier sa réponse)

André Giroux