MAT 2250 - MATHÉMATIQUES DE L'ASSURANCE-VIE I
Examen intra - 27 octobre, 18:00-20:00

Professeur: Dr Louis G. Doray
Aucune documentation permise.
Seule une calculatrice non-programmable est permise.

1- Si $l_{x+t} = (1-t^2)l_x + t^2 l_{x+1},\ 0 \le t \le 1$, $l_{20} = 1000, l_{21} = 990, l_{22} = 985$,

a) Calculer $q_{20.5}$.
b) Calculer $\mu_{21.5}$.
c) Si $e_{22} = 50$, calculer e_{20}.

2- Si $l_{90} = 100$, $l_{91} = 90$, $l_{92} = 70$, $l_{93} = 40$, $l_{94} = 10$, $l_{95} = 0$,

a) Calculer la fonction de probabilité de $K(90)$.
b) Joseph-Arthur, âgé de 90 ans, décide de faire du parachutisme entre 90 et 91 ans. Cette activité augmentera sa force de mortalité de 0.02 durant l'année. Calculez la diminution dans e_{90}, causée par ce sport dangereux.

3- Soit Z la variable aléatoire de la valeur présente pour une assurance-mixte de 3 ans émise à (60), payant \$10,000 à la fin de l'année du décès et \$20,000 si (60) survit 3 ans. Si $q_{60} = 0.01$, $q_{61} = 0.01$, $q_{62} = 0.02$ et $v = 0.9$,

a) Calculer la fonction de probabilité de Z.
b) Calculer la probabilité que Z excède la valeur actuarielle présente.
c) Calculer $Var(Z)$.
d) Un assureur charge une prime brute par police G égale à $1.01 \times E(Z)$. Calculer le nombre minimal n de contrats requis pour qu'un portefeuille de n polices similaires soit profitable avec une probabilité égale à 95%.
N.B. $P[N(0,1) \ge 1.645] = 0.05$.

4- a) Une assurance-temporaire de 2 ans émise à (x) procure un bénéfice de décès de 1 à la fin de l'année du décès. Si $q_x = 0.5$, $i = 0$ et $Var(Z) = 0.1771$, calculer q_{x+1}.

b) Soit Z_1 la variable aléatoire de la valeur présente pour une assurance-vie entière de \$1, payable au moment du décès de (x) et Z_2 la variable aléatoire de la valeur présente pour une assurance-mixte de n années de \$1, émise à (x), avec bénéfice de décès payable au moment du décès. Trouver une expression pour la covariance entre Z_1 et Z_2, si $\delta > 0$.