MAT 3632: Matières pour l'Examen Final de la Théorie des nombres, 2008.

C'est necessaire que vous pouvez donner les definitions **exactes** *et les théorèmes prècis.*

L'examen final est sur les sujets du cours et du devoir. Je demanderai que vous pouvez montrer que vous comprenez les idées plus important du cours. Alors c'est necessaire d'écrire dans une manière prècis. Aussi, en cette examen, vous avez besoin de montrer que vous pouvez utilizer les théoèmes du cours dans des questions nouveaux.

Les sujets du cours sont les suivantes:

La définition de "a divise b" et des conséquences faciles.
La division euclidienne.
L'Algorithme d'Euclide. (Avec preuve que ca marche)
La définition de pgcd et ppcm.
Computation de pgcd, et demonstration des propriétés simples (par exemple preuvez que $\text{pgcd}(a, na - b) = \text{pgcd}(a, b)$).
Propriétés de l'ensemble $\{ax + by : x, y \text{ sont entiers}\}$. En particulière que c'est égal à $\{gz : z \text{ est un entier}\}$ ou $g = \text{pgcd}(a, b)$. Aussi la structure de l'ensemble des solutions (en entiers) de $ax - by = c$.
L'arithmétique et la geometrie de l'équation $x^2 + y^2 = z^2$. La solubilité de $ax^2 + by^2 = cz^2$ en entiers x, y, z.
Le théorème fondamental de l'arithmétique.
La définition des congruences, de "modulo", etcetera. Les propriétés simples. Les systèmes de résidus. Les propriétés élementaires des congrus (et pour les polynomes mod p).
Le petit théorème de Fermat (et le théorème d'Euler); et faites les calculations de puissances mod p.
Les racines primitives. Utilization en preuves.
Le théorème de Wilson.
Le théorème du reste chinois. Utilization dans exemples. Les solutions de $x^2 \equiv 1 \pmod{m}$.
La définition d'un fonction multiplicatif, et les exemples $\phi, \mu, \tau, \sigma, \cdots$. La définition d'un convolution de deux fonctions multiplicatives, et exemples. L'inversion de Möbius. Les propriétés des fonctions multiplicatifs (comme le convolution, et trouver les valeurs, par exemple de $\phi(n)$).
L'existence d'une infinité de nombres premiers; et en plusieurs progressions arithmétiques de la forme $an + b$. (et les suites interessantes).
La forme des entiers parfaits paires.
Un discussion des périodes des fractions (en decimal).
Un discussion sur le codage des messages secrets.
La distribution des nombres premiers: les inégalités de Tchebychev, et le postulat de Bertrand.
La réciprocité quadratique: le symbole de Legendre, critère d'Euler, lemme de Gauss, la loi de la réciprocité quadratique.
La structure des éléments multiplicatives mod p. L'ordre d'une élément.