

MAT 6798 CALCUL STOCHASTIQUE HIVER 2014

Faculté des Arts et Sciences, Université de Montréal
Département de Mathématiques et Statistiques
Mardi-Vendredi 11h-12h30 Local 5448 Pavillon A.-Aisenstadt

1. RESPONSABLE

Louis-Pierre Arguin
Bureau 5219 Pavillon A.-Aisenstadt
Courriel : arguinlp@dms.umontreal.ca
Tél : 514-343-7275
Heures de bureau : Lundi 15h-17h

2. OBJECTIFS DU COURS

Le cours se veut une introduction aux processus stochastiques avec un accent sur les martingales, le mouvement brownien et l'intégrale stochastique. Ces trois objets mathématiques sont omniprésents de nos jours en probabilités et en finance-mathématique. **Le cours MAT6717 ou l'équivalent (c'est-à-dire un cours de probabilités utilisant de la théorie de la mesure) est un pré-requis.** Les objectifs principaux du cours sont : 1) explorer les propriétés du mouvement brownien et des martingales en général; 2) Développer des outils tels que l'intégrale stochastique pour étudier et construire des processus stochastiques; 3) Appliquer ces outils à des problèmes (Formule de Black Scholes, Équations Différentielles, Représentation des martingales).

3. ÉVALUATION

- **Exercices (40 %)** Il y aura quatre devoirs à remettre au cours du semestre. *Les étudiants sont fortement encouragés à discuter les problèmes avec leurs collègues.* Par contre, chaque étudiant doit remettre ses propres solutions (non-copiées!). Les retards ne seront pas acceptés.
- **Intra à la maison (20 %)** Un devoir de mi-session servira d'examen intra-semesteriel.
- **Examen final (40 %)** Il y aura un examen final en cours le mardi 15 avril.

4. CONTENU

Le cours est conçu en quatre modules :

(Les sections pertinentes du livre de Steele sont mises en parenthèse.)

(1) **Processus Stochastiques**

- Marches aléatoires (Chapitre 1)
- Processus gaussiens (3.1)
- Processus à temps continu et martingales (Chapitre 2, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4)

(2) **Mouvement Brownien**

- Construction du mouvement Brownien (3.2, 3.3, 3.4)
- Propriétés du mouvement brownien (3.5, 4.5, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4)

(3) **Intégration Stochastique**

- Définition de l'intégrale stochastique (Chapitre 6, 7)
- Formule d'Itô (Chapitre 8)
- Processus d'Iô (Chapitre 8)

(4) **Applications**

- Équations différentielles stochastiques (Chapitre 9)
- Théorème de représentation des martingales (Chapitre 12)
- Théorème de Girsanov (Chapitre 13)
- Formule de Black et Scholes (Chapitre 10 et 14)
- (Si le temps le permet, Représentation de Feynman-Kac (Chapitre 15))

5. STUDIUM

Les devoirs ainsi que de la documentation supplémentaire seront mis à la disposition des étudiants sur le site Studium du cours. Les annonces relatives au cours seront aussi faites sur le forum de nouvelles du site. *Les questions portant sur la matière du cours et les sur devoirs devront être adressées sur le forum de questions pour que tous les étudiants puissent y avoir accès.*

6. RÉFÉRENCES

- (1) **Recommandé** : J. M. Steele, *Stochastic Calculus and Financial Applications*, Springer (2001), 295 pp.
- (2) R. Durrett, *Probability : Theory and Examples*, Cambridge (2010), 428 pp.
- (3) R. Durrett, *Stochastic Calculus : A practical introduction*, CRC (1996), 341 pp.
- (4) I. Karatzas and S. Shreve, *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer (1991), 470 pp.
- (5) B. Øksendal, *Stochastic Differential Equations*, Springer (1998), 326 pp.