

**Automne 2013**

## **MAT6470: CALCUL SCIENTIFIQUE**

<http://www.dms.umontreal.ca/~mat6470>

Professeur: Robert G. Owens

lun 8h30-10h00 et mer 8h30-10h00, local A. –Aisenstadt 5183

- Description du cours
- Syllabus
- Références
- Ressources informatiques
- Évaluation
- Calendrier

### **Contact**

Robert G. Owens

- téléphone: 514 343-2315
- disponibilité: mercredi de 10h00 à 12h00
- courriel: owens@dms.umontreal.ca

---

## Description du cours

---

Il s'agit du premier cours au niveau gradué en analyse numérique. Ce cours s'adresse à trois grandes catégories d'étudiants:

- **aux étudiants gradués en mathématiques, en particulier, ceux qui se destinent à une spécialisation en maths.appliquées-calcul scientifique:** le calcul scientifique est un domaine avec un grand potentiel d'impact immédiat des mathématiciens dans les autres disciplines scientifiques, cela à la condition d'avoir développé un minimum d'habiletés techniques et pratiques lors de l'application de l'analyse numérique.

**IMPORTANT :** On supposera que l'étudiant(e) ait une connaissance de la matière du cours MAT 2412 (Analyse Numérique I).

- **aux étudiants gradués dans d'autres disciplines scientifiques et qui utiliseront le calcul scientifique comme outil de travail:** ce cours passe en revue les aspects mathématiques et algorithmiques essentiels pour permettre l'utilisation rigoureuse du calcul scientifique dans une variété de problèmes appliqués. Ceci inclut notamment les étudiants en finance mathématique et computationnelle - plusieurs exemples et projets toucheront à l'application du calcul scientifique à ce sujet.

IMPORTANT : On supposera que l'étudiant(e) ait une connaissance de la matière du cours MAT 2412 (Analyse Numérique I).

- **aux étudiants de 3<sup>ème</sup> année du bacc. en mathématiques** ayant déjà suivi le cours MAT 2412. Le cours MAT 6470 se substitue cette année au cours MAT 3415.

IMPORTANT : De tels étudiants doivent obtenir la permission de Robert Owens pour s'inscrire à ce cours gradué.

**En résumé, les objectifs du cours sont:**

- de développer des compétences de base en analyse numérique (convergence des algorithmes, analyse de l'erreur, formulation correcte des problèmes sous forme mathématique).
- de pratiquer la mise en oeuvre de ces compétences en exploitant de façon optimale toutes les ressources disponibles (programmation efficace, utilisation intelligente de logiciels, visualisation des résultats etc.)

Au terme de ce cours, l'étudiant sera capable d'utiliser l'analyse numérique à des fins de recherche scientifique, selon les normes en vigueur dans la communauté du calcul scientifique.

---

## Syllabus

---

Nous suivrons le livre de référence de Golub-Ortega. Voici les grandes lignes du syllabus, regroupés selon les thèmes mais pas nécessairement par ordre chronologique: tous les détails en ce qui concerne les lectures et projets hebdomadaires sont mis à jour régulièrement dans la section calendrier.

---

1. Introduction au calcul scientifique et concepts de base
  - sources des erreurs
  - arithmétique en virgule flottante
2. Problèmes à valeur initiale
  - méthodes à un pas
  - méthodes à pas multiples
  - stabilité, instabilité, problèmes stiff.
3. Problèmes avec valeurs aux frontières
  - méthode de différences finies pour problèmes linéaires

- solution du système linéaire
4. Solution de systèmes linéaires
    - moindres carrés
    - conditionnement, analyse des erreurs
    - factorisations de Cholesky et QR,
    - transformation de Householder
  5. Systèmes d'équations non-linéaires
    - Itérations de Picard
    - Méthode de Newton
    - Méthode quasi-Newton
  6. Valeurs propres
    - méthode de QR,
    - méthode de Householder
    - méthode de la puissance,
    - méthode d'Arnoldi, méthode de Lanczos
  7. Équations aux dérivées partielles
    - méthodes explicites et stabilité
    - méthodes implicites
    - problèmes multi-dimensionnels
  8. Méthodes itératives
    - méthodes de Jacobi et de Gauss-Seidel, SOR
    - méthode du gradient conjugué
    - préconditionnement
  9. Application à la solution numérique des équations de Black-Scholes

---

## Références

---

### **Livres de référence principaux (disponibles en réserve à la bibliothèque de math/info):**

- Scientific computing and differential equations: an introduction to numerical methods - G. Golub et J. Ortega (QA 371 O786 1992)
- Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems – R. J. LeVeque (QA 431 L48 2007). Voir aussi

[http://epubs.siam.org/ebooks/siam/other\\_titles\\_in\\_applied\\_mathematics/ot98](http://epubs.siam.org/ebooks/siam/other_titles_in_applied_mathematics/ot98)

(Accès réservé UdeM)

- Numerical Linear Algebra – L. N. Trefethen et D. Bau III (QA 184 T74 1997) Voir aussi <http://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/text.html>
- Option pricing: mathematical models and computation - P. Wilmott, J. Dewynne et S. Howison (HG 6024 A3 W556 1998)

### Autres livres de référence utiles:

- le livre de référence de MAT 2412: Numerical Analysis, par Burden & Faires.
- Scientific Computing, an introductory survey - M.T. Heath.

### MATLAB

- Livre: MATLAB guide par D. J. Higham, N. J. Higham ([http://epubs.siam.org/ebooks/siam/other\\_titles\\_in\\_applied\\_mathematics/ot92](http://epubs.siam.org/ebooks/siam/other_titles_in_applied_mathematics/ot92)) (Accès réservé UdeM)
- ["Tutorial" en ligne](#)

---

## Ressources informatiques

---

Le site <http://www.dms.umontreal.ca/wiki/index.php/Accueil> est très utile: il contient beaucoup de la documentation dont vous pourriez avoir besoin, consultez le souvent.

La personne-ressource pour ce cours en ce qui concerne l'informatique est le co-administrateur en math dont l'adresse de courrier électronique est [support@dms.umontreal.ca](mailto:support@dms.umontreal.ca).

[MATLAB](#) est le logiciel privilégié dans ce cours.

- Vous trouverez un « primer » sur MATLAB [ici](#).

---

## Évaluation

---

L'évaluation sera basée sur les éléments suivants:

- **(70%) rapports sur les projets.** Il y aura 7 rapports hebdomadaires (ou bi-hebdomadaires, voir calendrier). Le travail se fait par groupe de deux personnes au maximum ou bien individuellement. Un seul rapport par groupe, sous forme électronique de préférence (si nécessaire, une partie peut être remise sous forme manuscrite).
- **(30%) examen final** - il s'agira d'un examen d'une durée de deux heures sur les concepts de base qui comprendra des questions tirées des listes proposées chaque semaine. Vous êtes libres de travailler seul(e) ou en groupe pour préparer les réponses à ces questions

avant l'examen (l'examen cependant est individuel, à livre fermé); vous êtes les bienvenu(e)s de venir discuter avec moi de ces questions pendant tout le semestre.

- La date de l'examen sera déterminée ultérieurement.

## Calendrier

Semaine et dates	Théorie	Description	Énoncé projet	Remise projet	Questions
1 4/9	<b>GO 1</b> <i>Introduction</i>	<i>cours 1</i>			
2 9/9 - 11/9	<b>GO 1, 2.1</b> virgule flottante, edo valeur initiale  <a href="#"><u>L'arrondi en base beta</u></a>	<i>cours 2</i> <i>cours 2b</i>	TP1 11/9		<i>liste 1</i>
3 16/9 - 18/9	<b>GO 2.2</b> edo valeur initiale	<i>cours 3</i> <i>cours 3b</i>	TP2 18/9	TP1 18/9	<i>liste 2</i>
4 23/9 - 25/9	<b>GO 2.3 - 2.4</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#"><u>Analyse de l'erreur de troncature</u></a> pour Adams-Moulton, ordre 4</li> <li>• <a href="#"><u>Conditions nécessaires et suffisantes pour consistance</u></a> d'une méthode multi-pas linéaire</li> <li>• <a href="#"><u>Théorème d'équivalence de Lax-Richtmeyer</u></a></li> </ul>	<i>cours 4</i> <i>cours 4b</i>			<i>liste 3</i>
5 30/9 - 2/10	<b>GO 2.5, 3.1</b> fin edo valeur initiale + edo valeurs aux bords  • <a href="#"><u>Problèmes aux limites et la</u></a>	<i>cours 5</i> <i>cours 5b</i>	TP3 2/10	TP2 2/10	<i>liste 4</i>

	<p><u>méthode de tir</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><u>Problèmes aux limites (fin de cours 5b)</u></li> </ul>				
<b>6</b> 7/10 - 9/10	<p><b>GO 4.1 – 4.3</b></p> <p>propriétés des normes matricielles, conditionnement, analyse des erreurs, factorisations de Cholesky et QR</p>	<p><i>cours 6</i> <i>cours 6b</i></p>			<i>liste 5</i>
<b>7</b> 16/10	<p><b>GO 4.4 - 4.5</b></p> <p>factorisation QR (suite), transformation de Householder</p> <p><u>Deux algorithmes QR</u></p>	<i>cours 7</i>	TP4 16/10	TP3 16/10	<i>liste 6</i>
<b>Semaine de relâche</b>					
<b>8</b> 28/10 - 30/10	<p><b>GO 5</b></p> <p>problèmes non-linéaires</p> <p><u>Démonstrations de quelques théorèmes de MAT 2412</u></p>	<p><i>cours 8</i> <i>cours 8b</i></p>	TP5 30/10	TP4 30/10	<i>liste 7</i>
<b>9</b> 4/11 - 6/11	<p><b>GO 7</b></p> <p>valeurs propres, méthode de QR, méthode de Householder</p>	<p><i>cours 9</i> <i>cours 9b</i></p>			<i>liste 8</i>
<b>10</b> 11/11 - 13/11	<p><b>GO 7</b></p> <p>méthode de la puissance, méthode d'Arnoldi, méthode de Lanczos</p>	<p><i>cours 10</i> <i>cours 10b</i></p>	TP6 13/11	TP5 13/11	<i>liste 9</i>
<b>11</b> 18/11 - 20/11	<p><b>GO 9.3</b></p> <p>méthodes itératives et préconditionnement (Jacobi, Gauss-Seidel, SOR, gradient conjugué)</p> <p><u>Quelques propriétés de la méthode du gradient conjugué</u></p>	<p><i>cours 11</i> <i>cours 11b</i></p>			<i>liste 10</i>

<b>12</b> 25/11 - 27/11	<b>GO 9.1 - 9.2 et 8.1 - 8.4</b> équations aux dérivées partielles (EDP)	<i>cours12</i> <i>cours12b</i>	TP7 27/11	TP6 27/11	<i>liste 11</i>
<b>13</b> 2/12 – 4 /12	<b>GO 8, 9</b> suite EDP, solution numérique Black- Scholes	<i>cours 13</i> <i>cours 13b</i>			(pas de liste)