Algèbre. Mat 2600

Devoir 8. Ne pas remettre. Discuté le 13 décembre.

1. Si S_3 opère sur l'ensemble

$$A = \{(i,j)\ :\ 1 \leq i,j \leq 3\}$$

par $\sigma((i,j)) = (\sigma(i), \sigma(j))$.

   (a) Décrire les orbites de cette action.

   (b) Montrer que l'action est fidèle, c'est-à-dire, que la représentation par permutations

$$\varphi : S_3 \to S_A = S_9$$

   est injective.

   (c) Pour chaque $\sigma \in S_3$, trouver la décomposition de cycles de $\varphi(\sigma)$ en S_9.

2. Trouver l'image de D_8 en S_8 par la représentation par permutations associée à l'action de D_8 sur lui-même par la multiplication à gauche.

3. Trouver les classes de conjugaison et écrire l'équation de classes des groupes suivants:
(a) D_8 (b) A_4 .

4. Soit G non-abélien avec $|G| = 15$. Premièrement montrer que $Z(G) = 1$. Ensuite, utiliser que $\langle g \rangle \leq C_G(g)\ \forall g \in G$ pour montrer que il y a une seule possibilité pour les nombres dans l'équation de classes de conjugaison. Piste: Problème **3.1**.36 du livre.

Problèmes additionels suggérés: **1.7**: 1, 2, 3, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 **4.1**: 1, 2, 3, 9 **4.2**: 3 **4.3**: 3ab, 5, 7, 8, 12, 27, 29, 33, 34