

MAT 1978 - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

Examen intra

Le 23 février 2007, de 15:30 à 17:30

Documentation permise : une feuille de format 8 et 1/2 par 11 exclusivement.

Chaque question vaut 10 points.

1. Un sac contient 10 couverts complets (un couvert complet = un couteau, une fourchette et une cuillère). On en retire au hasard trois ustensiles. Calculer la probabilité d'obtenir un couvert complet. Calculer la même probabilité si on retire quatre ustensiles du sac. Même question si on en retire cinq ustensiles.
2. On choisit indépendamment les uns des autres dix nombres au hasard entre 0 et 1. Quelle est la probabilité qu'ils soient tous plus petits que 0,4 ? Quelle est la probabilité qu'exactement quatre d'entre eux soient plus petits que 0,4 ? Quelle est la probabilité qu'ils soient tous plus petits que 0,4 sachant qu'au moins quatre d'entre eux le sont ?
3. La loi conjointe des variables X et Y étant spécifiée par la fonction de densité de probabilité conjointe

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 < x < y < 1; \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases}$$

calculer la fonction de densité de probabilité $f_X(x)$ de X puis son espérance mathématique $\mathbb{E}(X)$.

4. La dimension d'une certaine pièce est distribuée normalement avec moyenne $\mu = 0,900$ et écart-type $\sigma = 0,003$. Pour être acceptée, une pièce doit avoir sa dimension comprise entre 0,895 et 0,905. Quelle proportion des pièces sera rejetée ? Quelle est la valeur maximale admissible pour σ si l'on veut qu'au plus 1% des pièces soit rejeté ?

André Giroux