

# MAT 1978 - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

Examen final

Le 27 avril, de 15:30 à 18:30

Documentation permise : une feuille de format 8 et 1/2 par 11 exclusivement.

Chaque question vaut 10 points.

1. Vrai ou Faux  
(Répondre par V ou F. Une bonne réponse vaut +2, une mauvaise, -1).
  - a. Une variable aléatoire est une fonction.
  - b. Une statistique est une variable aléatoire.
  - c. Accepter une hypothèse statistique, c'est la démontrer.
  - d. La variance d'une somme est la somme des variances.
  - e. La fonction génératrice des moments génère des intervalles de temps de longueur aléatoire.
2. Soumis à un examen comportant 100 questions Vrai ou Faux dans lequel une bonne réponse vaut +2 et une mauvaise -1, un étudiant répond au hasard, en jouant à pile ou face. Quelle est l'espérance mathématique de sa note  $X$  ? Quelle est la variance de  $X$  ? Utiliser le théorème central limite pour calculer la probabilité que  $X > 100$  (ne pas faire la correction de continuité).
3. Le quotient intellectuel des étudiants d'une certaine université est une variable aléatoire  $X$  distribuée normalement, d'espérance mathématique  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$  inconnues. Pour les étudier, on prélève un échantillon  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Quelle statistique  $STT$  faut-il utiliser pour estimer  $\mu$  ? Quelles seront les extrémités d'un intervalle de confiance de niveau 90% pour  $\mu$  si un échantillon de taille  $n = 25$  a donné une moyenne  $\bar{x} = 117$  et un écart-type  $s = 15$  ?

4. Le poids en kilos d'un étudiant à l'université A est une variable aléatoire  $X$  suivant une loi normale  $N(\mu_1, 400)$  et celui d'un étudiant à l'université B est une variable aléatoire  $Y$  suivant une loi normale  $N(\mu_2, 400)$ . On prélève deux échantillons  $X_1, X_2, \dots, X_n$  et  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  de ces populations. Quelle statistique  $STT$  faut-il utiliser pour tester l'hypothèse  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  versus l'hypothèse  $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ ? Si  $n = 300$ ,  $m = 150$ ,  $\bar{x} = 83$ ,  $\bar{y} = 87$ ,  $s_x = 27$  et  $s_y = 21$ , faut-il accepter au seuil 5% l'hypothèse  $H_0$ ?
5. On considère une variable aléatoire binomiale  $X$ . Le nombre  $x_k$  de fois où l'on a observé  $k$  succès en 96 répétitions de l'expérience est donné par le tableau suivant :

$k$	0	1	2	3	4
$x_k$	5	22	35	28	6

Doit-on accepter au seuil 10% l'hypothèse  $H_0$  que  $X$  suit une loi  $\text{bin}(4, 1/2)$ ?

6. On considère une variable aléatoire  $Y = \alpha + \beta x + E$  où  $E \sim N(0, \sigma^2)$ . Quelle statistique  $STT$  faut-il utiliser, à partir d'un échantillon

$$(x_1, Y_1), (x_2, Y_2), \dots, (x_n, Y_n),$$

pour estimer  $\sigma^2$ ? Si  $n = 12$  et la valeur de cette statistique est  $stt = 13,5$ , quel seront les extrémités d'un intervalle de confiance de niveau 90% pour  $\sigma^2$ ?

André Giroux