

MAT 2115 - ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Examen intra

Le mardi 17 février 2009, de 15h30 à 17h30.

Chaque question vaut 10 points. Aucune documentation ni calculatrice permises.

1. Résoudre explicitement le problème suivant :

$$y' = \frac{2 - e^x}{3 + 2y}, \quad y(0) = 0.$$

2. La population de moustiques d'une région augmente à taux proportionnel à sa taille et, en l'absence de prédateurs, doublerait en 7 jours. Si, au début de la saison, il y a 200 000 moustiques et si les oiseaux en mangent 20 000 par jour, déterminez la taille de la population en fonction du temps.
3. Résoudre le problème suivant :

$$y' = \frac{y^3}{1 - 2xy^2}, \quad y(0) = 1.$$

4. Soient p et q des fonctions continues dans l'intervalle $|t - t_0| \leq a$ et soient y_1 et y_2 deux solutions de l'équation différentielle

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$$

dans cet intervalle. Montrer que si ces solutions ont un zéro commun dans l'intervalle $|t - t_0| < a$, elles ne peuvent servir de base à l'espace des solutions (c'est-à-dire qu'elles ne sont pas linéairement indépendantes). Montrer ensuite que t et $\sin t$ sont linéairement indépendantes sur tout intervalle $|t - t_0| \leq a$. Expliquer cette « contradiction ».

André Giroux