

## Plan de cours

### Prérequis:

*Analyse fonctionnelle 1* : espaces de Banach et de Hilbert, théorème de l'application ouverte, topologies faibles, opérateurs compacts.

*Analyse complexe* : fonctions analytiques, théorèmes de Cauchy, séries de Laurent, théorème fondamental des résidus.

*Théorie de la mesure et intégration* : espaces  $L^p$ , théorèmes de la convergence monotone et de la convergence dominée de Lebesgue, théorème de Fubini, théorèmes de densité et de compacité.

### Contenu du cours :

#### CHAPITRE 0: *Rappels* :

Espaces de Banach et de Hilbert; topologie faible; topologie faible-étoile; espaces réflexifs; définition d'une distribution.

#### CHAPITRE 1: *Espaces de Sobolev* :

Définitions des espaces de Sobolev sur un domaine de  $\mathbb{R}^n$  et propriétés; théorèmes de densité; théorèmes de prolongements; théorèmes d'inclusion et de compacité.

#### CHAPITRE 2: *Algèbres de Banach* :

Définition des algèbres de Banach, spectre et calcul fonctionnel; algèbres de Banach commutatives; transformée de Gelfand;  $C^*$ -algèbres.

#### CHAPITRE 3: *Théorie spectrale des opérateurs bornés normaux* :

Opérateurs adjoints, normaux, unitaires, positifs; mesure spectrale.

#### CHAPITRE 4: *Opérateurs auto-adjoints non bornés* :

Opérateurs non bornés; opérateurs auto-adjoints, symétriques; transformée de Cayley; théorème spectral pour les opérateurs auto-adjoints non bornés.

### Références :

- R.A. Adams, *Sobolev spaces*, Academic Press, New York, 1975
- H. Brezis, *Analyse fonctionnelle, théorie et applications*, Masson, Paris, 1983.
- J.B. Conway, *A Course in Functional Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1990.
- P.D. Lax, *Functional analysis*, Wiley-Interscience, New York, 2002.
- Rudin, *Functional Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1973.
- K. Yoshida, *Functional Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1995.

### Évaluation :

Final 55%, Devoirs 45%.

### Professeure :

Marlène Frigon, bureau 5143, frigon@dms.umontreal.ca